

TMA970**Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2016-01-07, kl. 14:00 - 18:00.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Jakob Hultgren, tel. 070-3088304, besöker salen ca 15:00 och 17:00.

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent/divergent.

$$(a) \int_e^\infty \frac{dx}{x \ln x}; \quad (b) \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x + 1}}; \quad (c) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{16 - x^4}}.$$

Avgör om påståendena nedan är sanna eller falska. Ge endast svar, sant/falskt.

(d) Om en följd är begränsad, så är den konvergent.

(e) Om en följd är konvergent, så är den nedåt begränsad.

(f) Om en följd är konvergent, så är den uppåt begränsad.

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger $-1p$, inget svar ger $0p$; hela uppgiften ger minst $0p$.)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x}} \quad (3p); \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\ln \cos 2x} \quad (3p).$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}$. Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2(x^2+2x+2)}$. (3p)

(b) Beräkna $\int_0^1 \arccos x \, dx$. (3p)

5. Bestäm för vilka parametervärden integralen

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^\alpha |x-1|^\beta}$$

konvergerar. Motivera! (6p)

6. Funktionen $f : [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ är kontinuerlig i intervallet $[a, \infty)$. Om f har ett ändligt gränsvärde när x går mot ∞ , visa att f är begränsad i intervallet $[a, \infty)$. (6p)

7. Formulera och bevisa satsen om eventuella rationella nollställen till polynom. (6p)
8. Formulera och bevisa kedjeregeln för derivering av sammansatt funktion. (6p)
Ange derivatan av funktionen $f(x) = \sin \sqrt{x^2 + 1}$. (2p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM