

**TMA970****Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2016-10-27, kl. 8:30 - 12:30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Håkon Strand Bölviken, ankn. 5325, besöker salen ca 9:30 och 11:30.

=====

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent / divergent.

$$(a) \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^6+9}} dx; \quad (b) \int_0^1 \sqrt{x} \ln x dx; \quad (c) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}};$$

Avgör om påståendena nedan är sanna eller falska. Ge endast svar, d.v.s. sant / falskt.

(d) Om  $f$  är deriverbar i  $(a, b)$ , så är  $f$  kontinuerlig i  $(a, b)$ .

(e) Om  $f$  är kontinuerlig i  $(a, b)$ , så är  $f$  deriverbar i  $(a, b)$ .

(f) Om  $f$  är deriverbar i  $(a, b)$ , så är  $f'$  kontinuerlig i  $(a, b)$ .

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger  $-1p$ , inget svar ger  $0p$ ; hela uppgiften ger minst  $0p$ .)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x} \quad (3p); \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - \sqrt{3+x^2}}{x-1} \quad (3p).$$

3. Rita grafen till funktionen  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ . Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till  $f(x) = \frac{x+1}{(x^2-2x+4)(x^2+6x+9)}$ . (Det räcker att du härleder ett ekvationssystem för koefficienterna, utan att lösa det.) (3p)

(b) Beräkna  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$ . (3p)

5. Bestäm alla reella  $x$  sådana att  $\arccos \sqrt{1-x^2} = -\arcsin x$ . (6p)

6. Funktionen  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definieras som

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}, \text{ för } x \neq 0; \quad f(0) = 1.$$

(a) Visa att  $f$  är deriverbar i  $x_0 = 0$ . (4p)

(b) Visa att  $f'(x)$  är kontinuerlig i  $x_0 = 0$ . (4p)

(OBS! L'Hospitals regel och McLaurin/Taylorutvecklingar får ej användas. När man visar (b) kan man använda påståendet i (a), även om man inte visat det.)

7. Formulera och bevisa Lagranges medelvärdessats (inklusive Rolles sats). (6p)

8. Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats. (6p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM