

Matematik Chalmers
TMA970

Övningskrivning i Inledande matematisk analys för F1 / TM1, HT 2015

Datum: 26/9-2015, kl. 8.30-10.30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Edvin Wedin, 070-3088304

=====

1. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x + 1) - \ln(x + 2))$; (3p) (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x}$. (3p)

2. Visa att

$$\arctan x = 2 \arctan \frac{x}{1 + \sqrt{1 + x^2}}, \quad \text{för alla } x \in \mathbb{R}. \quad (6p)$$

3. Använd matematisk induktion för att visa att olikheterna

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{n},$$

och

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} \leq \sqrt{n+1} + \sqrt{n} - \sqrt{2},$$

gäller för alla $n \in \mathbb{N}$. Vilken av de två olikheterna ger en bättre uppskattning av summan i vänsterledet? (8p)

4. Visa att

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^x}{x^\alpha} = \infty, \quad \text{för } a > 1. \quad (5p)$$

6p - 11p: 1 bonuspoäng
12p - 17p: 2 bonuspoäng
18p - 23p: 3 bonuspoäng
24p - 25p: 4 bonuspoäng