

**TMA970****Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2017-12-21, kl. 14:00 - 18:00.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Johannes Borgqvist, ankn. 5325, besöker salen ca 15:00 och 17:00.

=====

**1.** Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, det vill säga konvergent / divergent.

$$(a) \int_0^{\infty} \frac{x}{\sqrt{x^4 + 1}} dx; \quad (b) \int_0^1 \sqrt{x} \ln x dx; \quad (c) \int_e^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x} \ln x} dx;$$

$$(d) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 1}} dx; \quad (e) \int_2^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\ln x}} dx; \quad (f) \int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} dx;$$

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger -1p, inget svar ger 0p; hela uppgiften ger minst 0p.)

**2.** Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos x - 1}{\tan x} \quad (3p); \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt[3]{4x^3 + 1}} \quad (3p).$$

**3.** Rita grafen till funktionen  $f(x) = \ln^2 x$ . Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

**4.(a)** Bestäm en primitiv funktion till  $f(x) = \arccos^2 x$ . (3p)

**(b)** Beräkna  $\int_0^{\pi} \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}}$ . (3p)

**5.** Betrakta följden

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right), \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

**(a)** Visa att gränsvärdet  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  existerar. (3p)

**(b)** Beräkna gränsvärdet  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ . (3p)

**6.(a)** Skissa graferna till funktionerna  $f(x) = \cos(\arccos x)$  och  $g(x) = \arccos(\cos x)$  i deras respektive definitionsmängder. (3p)

**(b)** Visa att funktionen  $f_n(x) = \cos(n \arccos x)$ ,  $x \in [-1, 1]$ , är ett polynom av  $x$  av grad  $n$ , och bestäm koefficienten för  $x^n$ . (5p)

7. Formulera och bevisa kedjeregeln för derivering av sammansatt funktion. (6p)
8. Visa insättningsformeln för beräkning av Riemannintegralen av en kontinuerlig funktion. (6p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM