

TMA970**Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2018-08-31, kl. 8:30 - 12:30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Linnea Hietala, besöker salen ca 9:30 och 11:30.

=====

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent/divergent.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{e^{-x^2} + 1}; \quad \text{(b)} \int_{-1}^0 \frac{\sqrt{|x|}}{1+x} dx; \quad \text{(c)} \int_1^3 \frac{1}{\sqrt{|x-2|}} dx; \\ \text{(d)} \int_0^1 \sqrt[5]{x} \ln^2 x dx; \quad \text{(e)} \int_0^{\infty} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^5 + x + 1}} dx; \quad \text{(f)} \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}}. \end{aligned}$$

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger -1p, inget svar ger 0p; hela uppgiften ger minst 0p.)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$\text{(a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{x^2-x} - e^{-x}}{e^{x^2+x} + e^x} \quad (3\text{p}); \quad \text{(b)} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + 1}{\sin x \cdot \tan x} \quad (3\text{p}).$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+4}}$. Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)$, $x > 0$. (3p)

(b) Beräkna $\int_0^1 \frac{2}{(2-x)^2} \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}} dx$. (4p)

5. Finn alla lokala extrema till funktionen $F(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$, för $x > 0$, och avgör deras karaktär. (5p)

6. Beräkna arean av den begränsade figuren som avgränsas av de två parablerna $y^2 = 2px$, och $x^2 = 2py$, där parametern p är positiv. (6p)

- 7.(a) Ge definitionen för $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$. (2p)
- (b) Visa att $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{x^5} = \infty$. (OBS! Det ges inga poäng om man bara hänvisar till det relevanta standardgränsvärdet, det ska härledas.) (6p)
8. Formulera och bevisa Lagranges medelvärdessats, inklusive Rolles sats. (6p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM