

**TMA970****Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2018-10-31, kl. 8:30 – 12:30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Jana Madjarova, ankn. 3531, besöker salen ca 9:30 och 11:30.

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent / divergent.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \int_2^\infty \frac{dx}{\ln(x^3)}; \quad \text{(b)} \int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4+1}}; \quad \text{(c)} \int_2^\infty \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}}{x(x-1)} dx; \\ \text{(d)} \int_{-\infty}^\infty \frac{\sin x}{x^2+1} dx; \quad \text{(e)} \int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2} dx; \quad \text{(f)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}; \end{aligned}$$

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger  $-1p$ , inget svar ger  $0p$ ; hela uppgiften ger minst  $0p$ .)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$\text{(a)} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}) \quad (3p); \quad \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3} \quad (3p).$$

3. Rita grafen till funktionen  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ . Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till  $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{2 + \cos 2x}}$ . (3p)

(b) Beräkna  $\int_0^1 \arccos x \, dx$ . (3p)

5. Visa på två olika sätt olikheten

$$|\sin x - \sin y| \leq |x - y|, \quad \text{för alla } x, y \in \mathbb{R}. \quad (6p)$$

6. Funktionen  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  är kontinuerlig i  $(a, b)$ . Givet  $n$  reella tal  $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a, b)$ , visa att det finns (minst) en punkt  $\xi \in (a, b)$ , sådan att

$$f(\xi) = \frac{f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)}{n}. \quad (6p)$$

**7.(a)** Ge definitionen för en funktions deriverbarhet i en punkt och i en mängd. (2p)

**(b)** Formulera och bevisa produktregeln för derivering. (5p)

**(c)** Vilken av metoderna som används för att hitta primitiva funktioner bygger på produktregeln för derivering? (1p)

**8.** Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats. (6p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM