

CHALMERS

Maskinteknik & Teknisk fysik & Teknisk matematik

Dugga 1

15 september 2018,

Maskinteknik 12:00–14:00,
Teknisk fysik & Teknisk matematik 13:00–15:00

OBS! Studenterna som läser Maskinteknik får inte lämna salen före 13:30.

Skrivtid: 120 min

Inga hjälpmedel tillåtna.

OBS! Lämna *inte* in kladdpapper och lösningsskisser till uppgifterna 1–20.

Eventuella frågor kan ställas per telefon.

Anders Logg: 031-7725346 (främst M, 12:00–14:00)

Jana Madjarova: 031-7723531 (främst F och TM, 13:00–15:00)

Namn och program:

Personnummer:

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Uttrycket $\sqrt{a + \frac{a^2}{b}} - \sqrt{\frac{b^2}{a^3}} - b$, är för $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$, lika med

(a) $\frac{\sqrt{5}}{6}$; (b) $\frac{5}{6}$; (c) $\frac{5\sqrt{3} - \sqrt{2}}{6}$; (d) inget av (a)-(c).

2. Talet $(\log_2 \sqrt{2})^2$ är lika med

(a) 1; (b) $\frac{1}{4}$; (c) $\frac{1}{2}$; (d) inget av (a)-(c).

3. För $a < b < 0$ är följande påstående *falskt*

(a) $a^2 > b^2$; (b) $\sqrt{-a} > \sqrt{-b}$; (c) $a^3 < b^3$; (d) inget av (a)-(c).

4. Det minsta av talen 1 , $2^{\frac{2}{3}}$, $3^{\frac{\ln(\ln 2)}{\ln 3}}$, är
- (a) 1 ; (b) $2^{\frac{2}{3}}$; (c) $3^{\frac{\ln(\ln 2)}{\ln 3}}$; (d) talen kan ej jämföras..
5. Funktionen $f(x) = \frac{x+7}{3-6x}\sqrt{2x-1} = 0$, där x är reellt och f antar reella värden, har nollställena
- (a) $\frac{1}{2}$ och -7 ; (b) $\frac{1}{2}$; (c) -7 ; (d) funktionen har inga reella nollställen.
6. Alla lösningar till olikheten $\frac{1}{1-x} < 1+x$, ges av
- (a) alla x i intervallet $(1, \infty)$; (b) alla x i intervallet $(-\infty, -1)$;
(c) $x = 0$; (d) inget av (a)-(c).
7. Alla lösningar till olikheten $(x+3)\sqrt{x^2-25} < 0$, ges av
- (a) alla x i intervallet $(-\infty, -3)$; (b) alla x i intervallet $(-\infty, -5)$;
(c) alla x i intervallet $(-5, -3)$; (d) inget av (a)-(c).
8. Ekvationen $ax^2 + bx - 5 = 0$, där a, b är reella tal, har två olika reella lösningar för
- (a) alla $a > 0$; (b) alla $a < 0$; (c) alla reella a ; (d) inget av (a)-(c).
9. Om $\sin \alpha = t$, och $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, så har $\tan \alpha$ värdet
- (a) $\frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$; (b) $-\frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$; (c) $\pm \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$; (d) annat värde.
10. Uttrycket $\sin^2 2\alpha - \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2\alpha\right) \cdot \sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$, är lika med
- (a) $\frac{1}{4}$; (b) $1 - \frac{1}{4} \cos^2 2\alpha$; (c) $1 + \frac{1}{4} \cos^2 2\alpha$; (d) inget av (a)-(c).
11. Talet $\frac{1+i}{1-i}$ är
- (a) positivt; (b) negativt; (c) rent imaginärt; (d) inget av (a)-(c).
12. En funktion har största värde 9. Funktionen kan då *inte* vara
- (a) $f_1(x) = x^2 + bx + c$; (b) $f_2(x) = -x^2 + bx + c$;
(c) $f_3(x) = bx + c$; (d) kan ej avgöras.

13. Givet är funktionen $f(x) = |-x^2 - 2x + 3|$. Funktionen minsta värde i intervallet $[-2, 2]$ är

- (a) 5; (b) 3; (c) 0; (d) inget av (a)-(c).

14. En rätvinklig triangel har kateter med längderna 5 och 12 längdenheter. Höjden mot hypotenusan har då längden

- (a) $\frac{60}{13}$ l.e.; (b) $\frac{30}{13}$ l.e.; (c) annan längd; (d) kan ej avgöras.

15. Om $\tan \alpha$, $\tan \beta$ är lösningarna till ekvationen $x^2 - 3x - 3 = 0$, så är $\tan(\alpha + \beta)$ lika med

- (a) $\frac{3}{4}$; (b) $-\frac{3}{4}$; (c) 0; (d) inget av (a)-(c).

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

16. Beräkna

$$\frac{1}{12} - \frac{2}{5} \left(\frac{7}{6} - \frac{4}{3} \right).$$

Ange svaret på formen $\frac{p}{q}$, där p, q är relativt prima heltal (d.v.s. $SGD(p, q) = 1$).

Svar:

17. Lös ekvationen $4x^2 + 6x + 1 = 0$. Ange den minsta lösningen.

Svar:

18. Derivera funktionen $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x^2 + 1}$. Ange $f'(3)$.

Svar:

19. Lös ekvationen $\frac{2^{2x}}{4^x - 3^x} = 4$. Ange summan av alla lösningar.

Svar:

20. Punkterna A, B och C ligger på en cirkel. Givet är att $AB = 4$, $AC = 2$ (längdenheter), samt att vinkeln vid hörnet A i triangeln ABC är 60° . Beräkna och ange cirkelskivans area.

Svar:

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} (2x - y)(x + y) = 0, \\ (x + y)(x - 1) = (x - y)(y + 1) + 24. \end{cases}$$