

Matematisk Analys F1, del A (TMA 975)

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper. Skriv dessutom linje och inskrivningsår på omslaget. Skriv högst en uppgift per blad och numrera sidorna med uppgift ett först och så vidare.

Uppgift 4 skall ej räknas av studenter i F1 eller studenter som har gjort Matlab-tentan 2002-12-07.

- 1) (a) Lös differentialekvationen (4p)

$$2xy' + y = x\sqrt{x}, \quad y(1) = 1.$$

- (b) Bestäm alla lösningar till differensekvationen (4p)

$$y_{n+2} + 4y_n = n + 1.$$

- 2) Bestäm konvergensintervallet för potensserien (7p)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-2)^n}{1 + \sqrt{n}} x^{2n}.$$

- 3) Bestäm konstanten a så att följande gränsvärde existerar (8p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{x^2} + a \tan x}{x^2 \ln(1+x)}.$$

Beräkna sedan gränsvärdet.

- 4) **Se nästa sida för uppgift 4.**

- 5) Visa att (8p)

$$\frac{3}{4} \leq \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^2} \leq \frac{5}{4}.$$

- 6) En bil med massan m och begynnelsehastigheten v_0 får rulla fritt (på en rak väg) tills den stannar. Bilen bromsas in dels på grund av s.k. rullfriktion och dels på grund av luftmotståndet. Man anser att rullfriktionen är proportionell mot hastigheten (v) och att luftmotståndet är proportionellt mot v^2 . Formulera en rörelseekvation för bilen och beräkna hur långt bilen har rullat när hastigheten har minskat till $v_0/2$. (7p)

Var god vänd!

- 7) (a) Definiera Maclaurinpolynomet av ordning n till en funktion f . (8p)
Vilken egenskap karakteriserar Maclaurinpolynomet?
- (b) Formulera Maclaurins formel samt förklara vad den säger om f och dess Maclaurinpolynom.
- (c) Härled Maclaurinutvecklingen med restterm (på Lagranges form) för funktionen $f(x) = \arctan x$.
- 8) (a) Definiera begreppen *absolut konvergent* respektive *betingat konvergent* serie. (7p)
- (b) Formulera och bevisa Leibniz konvergenzkriterium.

Följande uppgift skall ej räknas av studenter i F1 eller studenter som har gjort Matlab-tentan 2002-12-07.

- 4) Lös nedanstående differentialekvation med en potensserieansats. (8p)

$$xy'' + y' + y = x, \quad y(0) = 1.$$

Ange också konvergensradien för potensserien och beräkna dessutom de fem första termerna i potensserien.

Lycka till!
TG