

**Tentamen i TMA976 Matematisk analys, fortsättning F**  
**TMA975 Reell matematisk analys F, del A**

Betygsgränser: 3=24p, 4=36p, 5=48p. Lärares närvaro i tentamenssalen: ca 9.30 och 11.30.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

---

1. Lös differentialekvationen

$$y'' + y = x \sin x$$

med startvärdena  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ . (7p)

2. Konvergerar serien

$$\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(e^n - n^2)} ?$$
 (7p)

3. Bestäm gränsvärdet av

$$\frac{1}{\sqrt{x}} \int_2^x \frac{dt}{\sqrt{t - 1/t}}$$

då  $x \rightarrow +\infty$ . (8p)

4. För vilka reella startvärden  $x_1$  konvergerar följden  $(x_n)_{n=1}^{\infty}$  definierad genom rekursionsformeln  $x_{n+1} = \cos x_n$ ? (7p)

5. För vilka reella  $x$  konvergerar serien

$$\sum_1^{\infty} kx^k ?$$
 (3p)

Bestäm summan för dessa  $x$ . (5p)

6. Visa att funktionsföljden  $f_n(x) = n(\sqrt{x + 1/n} - \sqrt{x})$ ,  $n = 1, 2, \dots$  konvergerar punktvis då  $n \rightarrow \infty$  för  $x > 0$  (1p)

och bestäm gränsfunktionen. (1p)

Visa att konvergensten är likformig i intervallet  $1 \leq x < \infty$ . (6p)

7. Formulera och bevisa Maclaurins formel med Lagranges restterm för en funktion som har  $n + 1$  kontinuerliga derivator i en omgivning av 0. (8p)

8. Formulera integralkriteriet för positiva serier (bevis behövs inte). (7p)