

Tentamen i TMA976 Matematisk analys, fortsättning F
TMA975 Reell matematisk analys F, del A

Betygsgränser: 3=24p, 4=36p, 5=48p. Lärares närvaro i tentamenssalen: ca 15.00 och 17.00.

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - y' - y = \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0. \quad (7p)$$

2. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow +0} (\cos x)^{\cot^2 x} \quad (7p)$$

3. Är serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(1+n)}{n}$$

absolutkonvergent? (2p)

Är den konvergent? (5p)

4. Lös differentialekvationen

$$y' - y \tan x = \cos x$$

i intervallet $|x| < \pi/2$. (8p)

5. Definiera följderna $(x_n)_{n=0}^{\infty}$ genom $x_0 = \beta > 0$ och $x_{n+1} = x_n^2$ för $n = 0, 1, 2, \dots$

För vilka $\beta > 0$ konvergerar a) följderna (x_n) ? (3p)

b) följderna $(n!x_n)$? (5p)

6. För vilka reella x konvergerar serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{x^k}{k^2} ?$$

(2p)

Var är konvergensen likformig? (3p)

Bestäm derivatan av seriens summa i det inre av konvergensintervallet. (3p)

7. Ange och härled Maclaurinutvecklingen av funktionen $\arctan x$. (8p)

8. Betrakta en potensserie $\sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k$. Formulera den sats som anger de tre möjligheter för seriens konvergens som kan förekomma. (4p)

Formulera också den hjälpsats som används för beviset. (3p)
(Inga bevis behöver ges.)