

## SVAR TILL UPPGIFTER

## KAPITEL 16

1601.  $\frac{1}{9} - \frac{2}{27}(x-3) + \frac{1}{27}(x-3)^2 - \frac{4}{243}(x-3)^3 + 5\frac{1}{c^6}(x-3)^4$  där  $c \in ]3, x[$  resp.  $]x, 3[$

1602.  $1 + 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + (\tan c + \tan^3 c)\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2$ ,  $0.965 < \tan 44^\circ < 0.966$

1603.  $\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{1 + x - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2 - \frac{1}{6}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^3\right\} + \frac{\sin c}{24}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^4$ ,

felet  $< \frac{\pi^4}{6144} < \frac{1}{60} < 0.017$

1605. a) maximipunkt    b) nej    c) maximipunkt    d) nej

e) minimipunkt

1606.  $\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cosh c$

$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \frac{x^{2n}}{(2n)!} \cosh c$

1607. Felens absolutbelopp är  $< 0.000\ 111$  resp.  $0.000\ 003$

1608. a) 0.95    b) 0.856

1609. a) 0.017    b) 0.156

1610. 0.454 (Utveckla kring  $\pi/3$ )

1611. a) 0.635    b) 0.929    c) 0.961    d) 0.877

1612. a)  $y \approx 2 + 5(x-1) + 11(x-1)^2 + \frac{70}{3}(x-1)^3$

b)  $y \approx 1 + 1.29\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 0.75\left(x - \frac{\pi}{6}\right)^2 - 0.10\left(x - \frac{\pi}{6}\right)^3$

1615. Resttermen blir  $\frac{(-1)^n x^{n+1}}{(n+1)(1+\theta_1 x)^{n+1}}$ ,  $0 < \theta_1 < 1$

1616. 0.095 310

1617.  $0.693\ 13 < \ln 2 < 0.693\ 15$

1618. a) 0.693    b)  $2.302\ 4 < \ln 10 < 2.302\ 7$

1619. a)  $1 + x^2 + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \frac{x^8}{4!} e^{\theta x^2}$

b)  $1 - \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{4!} - \frac{x^3}{6!} + \frac{x^4}{8!} - \frac{x^5}{10!} + \frac{x^6}{12!} - \frac{x^7}{14!} \cos \theta \sqrt{x}$  då  $x \geq 0$

c)  $\frac{x^2}{2} - \frac{x^6}{2^3(3!)} + \frac{x^{10}}{2^5(5!)} \cos \theta \frac{x^2}{2}$     d)  $-\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{2^2 \cdot 2} - \frac{x^6}{2^3 \cdot 3} - \frac{x^8}{2^4 \cdot 4} \frac{1}{1 - \theta \frac{x^2}{2}}$

e)  $x^4 + \frac{x^8}{4!}(e^{\theta_1 x^2} + \cos \theta_2 x)$

1620. a) 0    b) 12    c) 0 för udda  $n$ ,  $(2k)!/k!$  för  $n = 2k$

1622. Maclaurinutvecklingarna är lika så när som på resttermerna.

1623. 0.099 669

1624.  $-\frac{x}{3} + (1 + 3^{-4})x^3 - \frac{x^5}{5 \cdot 3^5} + \frac{x^7}{7 \cdot 3^7} - (1 + 3^{-10})\frac{x^9}{3} + R_{11}(x)$

1625. 3.141 59

1627. a)  $1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x^3}{81(1+c)^{8/3}}$

b) 2.080 (Skriv  $\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{8 \cdot 1.125} = 2\sqrt[3]{1.125}$ )

1628. a)  $1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} + \frac{x^n}{(1-c)^{n+1}}$     b)  $c = 1 - (1-x)^{1/(n+1)}$

1629.  $2 + \frac{x-16}{32} - \frac{3(x-16)^2}{4096} + \frac{7(x-16)^3}{128}c^{-11/4}$ ,  $|c-16| < |x-16|$

2.030 51;  $\sqrt[4]{17} < 2.030 55$

1630. 2.012 35

1632. a)  $1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{16} - \frac{5x^4}{128} + R_5(x)$     b)  $1 + \frac{x}{4} - \frac{3x^2}{32} + \frac{7x^3}{128} + R_4(x)$

c)  $x - \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + R_7(x)$

1633. 0.996 5

1635. a)  $\frac{5}{6} + \frac{13x}{36} + \frac{35x^2}{216} + O(x^3)$     b)  $x - x^2 + \frac{x^3}{3} + O(x^4)$

c)  $1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{31x^6}{720} + O(x^8)$     d)  $1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{2} + \frac{3x^4}{8} + O(x^5)$

e)  $e \left( 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{6} \right) + O(x^6)$     f)  $1 - \frac{x^2}{4} - \frac{x^4}{96} + O(x^6)$

g)  $1 + \frac{x^2}{6} + \frac{7x^4}{360} + O(x^6)$     h)  $e \left( 1 - \frac{x}{2} + \frac{11x^2}{24} \right) + O(x^3)$

1636. a) 1/12    b) -1/2    c) 1/3    d) 7/360    e) -1/10    f)  $1/\sqrt{e}$

1637. a) 1    b) 1    c)  $e^{-1/3}$

1638.  $\frac{1-a}{1-b}$  om  $b \neq 1$ , 1 om  $a = b = 1$

1639.  $a = -1$ ,  $b = 1/3$ , gränsv. =  $-1/45$

1640. a)  $-1/18$     b)  $1/10$

1641.  $-e/2$

1642. a)  $\ln \frac{a}{b}$     b)  $-1/2$     c) 2    d)  $-1/2$   
 1643. a)  $a^2/b^2$     b) 1    c) 1    d)  $e$     e)  $e^a$     f)  $1/\sqrt{d}$   
 1644. a) 1    b)  $1/2$

## KAPITEL 17

1701. a) Konv.;  $-4/3$     b) div.    c) konv.; 0  
 1702.  $2^k$   
 1704. a) Konv.; 0    b) div.    c) konv.; 1  
 1705. b) 0 i alla tre fallen  
 1706. a)  $2 \cdot 7^n$     b)  $6 \cdot 2^n - 1$     c)  $4 - (1/2)^n$     d)  $\frac{1}{2}(1 + (-1)^n)$   
 e)  $\frac{1}{2}(3^{n+1} + 1)$     f)  $1 + (-1/2)^n$   
 1707. a)  $(e^n - 1)/(e - 1)$     b)  $\sin \frac{n}{2} \cdot \sin \frac{n-1}{2} / \sin \frac{1}{2}$   
 c)  $\sum_{k=0}^{n-1} k \cdot 2^{n-1-k} = 2^n - n - 1$   
 d)  $(-1)^n + \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{n-1-k} (3k - 2) = \frac{1}{4}(6n + 11(-1)^n - 7)$   
 e)  $2 + \sum_{k=0}^{n-1} (k+1)^2 = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n + 2$   
 1708. a)  $S_{n+1} = (1 + 0.01p)S_n - A_{n+1}$  då  $n \geq 0$ ,  $S_0 = K$   
 b)  $S_n = \left(K - \frac{100A}{p}\right) (1 + 0.01p)^n + \frac{100A}{p}$ ,  $A = \frac{0.01p(1 + 0.01p)^N K}{(1 + 0.01p)^N - 1}$   
 c)  $S_n = \left(K - \frac{100A}{p-r}\right) (1 + 0.01p)^n + \frac{100A}{p-r} (1 + 0.01r)^n$  och  
 $A = \frac{0.01(p-r)K(1 + 0.01p)^N}{(1 + 0.01p)^N - (1 + 0.01r)^N}$  då  $r \neq p$ ;  $S_n = \left(K - \frac{nA}{1 + 0.01p}\right) (1 + 0.01p)^n$   
 och  $A = \frac{(1 + 0.01p)^K}{N}$  om  $r = p$   
 1709. a)  $C_1 \cdot 2^n + C_2 \cdot (-3)^n$     b)  $C_1 \cdot 2^n + C_2 \cdot 5^n$     c)  $(C_1 + C_2 n) \cdot 2^n$   
 d)  $(C_1 + C_2 n)(-1/3)^n$     e)  $2^{n/2} \left(C_1 \cos \frac{n\pi}{2} + C_2 \sin \frac{n\pi}{2}\right)$   
 f)  $2^{3n/2} \left(C_1 \cos \frac{3n\pi}{4} + C_2 \sin \frac{3n\pi}{4}\right)$     g)  $C_1 + C_2 \cdot 2^n + C_3 \cdot 3^n$

h)  $C_1 + C_2n + C_3n^2$

1710.  $y_n = 2^{2-n} \sin \frac{n\pi}{6}$ ;  $y_{101} = 1/2^{100}$

1711.  $\frac{1}{3}(x_0 + 2x_1)$

1712. a)  $p_2 = 1, p_3 = 0.8, p_4 = 0.6, p_n = \sqrt{5} \left( \frac{5 + \sqrt{5}}{10} \right)^n - \sqrt{5} \left( \frac{5 - \sqrt{5}}{10} \right)^n$

b)  $p_n < 0.1 \Leftrightarrow n \geq 10$

1713.  $p_n = \frac{(q/p)^n - (q/p)^a}{1 - (q/p)^a}$  om  $q \neq p, p_n = 1 - n/a$  om  $q = p = 1/2$

1715. a)  $C_1 + C_2 \cdot 3^n + 2n$  b)  $C_1 + C_2n - 2n^2$  c)  $C_1 \cdot 5^n + C_2 \cdot (-2)^n - 3n + 2$

d)  $2^{n/2} \cdot \left( C_1 \cos \frac{3n\pi}{4} + C_2 \sin \frac{3n\pi}{4} \right) + \frac{1}{5}n^3 - \frac{12}{25}n^2 + \frac{6}{125}n + \frac{86}{225}$

e)  $\frac{5}{3} \cdot 2^n + \frac{10}{3} \left( \frac{1}{2} \right)^n - 2n - 4$  f)  $10(-2)^n + n^3 + 2n^2 + 27n - 5$

g)  $5n + 2 - (2\sqrt{2})^n \left( 2 \cos \frac{n\pi}{4} + \sin \frac{n\pi}{4} \right)$

h) se 1707c i) se 1707d j) se 1707e

1716. a)  $C_1 + C_2(-2)^n + \frac{1}{10} \cdot 3^n$  b)  $\left( \frac{1}{12}n^2 - \frac{7}{36}n + C_1 \right) 2^n + C_2(-1)^n$

c)  $C_1 + \left( \frac{1}{12}n^2 - \frac{1}{3}n + C_2 \right) \cdot 3^n$  d)  $\left( -\frac{33}{64} + \frac{n}{16} - \frac{n^2}{8} \right) (-1)^n + \frac{33}{64} \cdot (-5)^n$

e)  $\left( \frac{11 - 2\sqrt{3}}{12} + \left( \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{12} \right) n \right) (1 + \sqrt{3})^n + \frac{1 + 2\sqrt{3}}{12} (1 - \sqrt{3})^n$

f)  $\left( \frac{4n}{13} + \frac{8}{169} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^n - \frac{2^{n+1}}{169} \left( 4 \cos \frac{n\pi}{3} + \frac{11}{\sqrt{3}} \sin \frac{n\pi}{3} \right)$  g) se 1707a

1717. a)  $(C_1 + C_2n) \cdot 2^n + 6 + 3n + \frac{1}{8}n^2 2^n$

b)  $2^n \left( \frac{1}{2} \cos \frac{n\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{n\pi}{3} \right) + (n-1)2^{n-2} + \frac{1}{12} \cdot 4^n$

c)  $\left( C_1 + \frac{n}{4} \right) \cdot 2^n + C_2 \cdot (-2)^n + 2n^2 - 3$

d)  $\left( \frac{n^2}{4} + n - \frac{1}{8} \right) \left( \frac{1}{3} \right)^n + \frac{3}{8} \left( -\frac{1}{3} \right)^n + n + \frac{3}{4}$

e)  $2^n \left( C_1 \cos \frac{n\pi}{3} + C_2 \sin \frac{n\pi}{3} \right) - n \cdot 2^n \left( \frac{\sqrt{3}}{24} \cos \frac{n\pi}{3} + \frac{1}{8} \sin \frac{n\pi}{3} \right)$

f)  $C_1 \cos \frac{n\pi}{2} + C_2 \sin \frac{n\pi}{2} + \left( \frac{n}{2} - \frac{n^2}{4} \right) \sin \frac{n\pi}{2}$  g) se 1707b

1718.  $y_n = 3 \cdot 4^{n-1} - (n^2 + n + 6) \cdot 2^{n-3}$ ,  $y_{12} = 12499968$

1719. a)  $Y_n = 0.9^{(n/2)-1} \left( (1.8Y_1 - Y_2 - 8I) \cos \left( n \arctan \frac{1}{3} \right) + 3(Y_2 - 0.8Y_1 - 2I) \sin \left( n \arctan \frac{1}{3} \right) \right) + 10I$     b)  $Y_n = 2Y_1 - Y_2 + (Y_2 - Y_1)n$

1720. a)  $3 + (2 - n) \cdot 2^n + 3^n$     b)  $\frac{1}{8} - \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{8} \cdot (-1)^n$

c)  $3 - 2n + n^2 + (-1)^n$

1721. a)  $\left( \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \right)^{n+1} - \left( \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right)^{n+1}$     b)  $n + 1$     c)  $2 \sin \frac{(n+1)\pi}{6}$

d)  $\frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{(n+1)\pi}{3}$     e)  $\cos \frac{n\pi}{2}$

1722.  $y_n = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{(n+1)\pi}{3}$ ,  $z_n = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{n\pi}{3}$

## KAPITEL 18

1801. a) 1    b) 1    c) 10    d) 1/3    e) 5.4

1803. a) 1/2    b) 2    c) 1

1804. a)  $s_n = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2n+1} \right)$ ;  $s = 1/2$     b)  $s_n = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{3n+1} \right)$ ;  $s = 1/3$

c)  $s_n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$ ;  $s = 3/4$

d)  $s_n = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} \right)$ ;  $s = 11/18$

e)  $s_n = \frac{1}{p} \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{p} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \dots - \frac{1}{n+p} \right)$ ;  $s = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \frac{1}{k}$

f)  $s_n = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right)$ ;  $s = 1/4$

g)  $s_n = 4 - \left( \frac{1}{2} \right)^n - 3 \cdot \left( \frac{3}{4} \right)^n$ ;  $s = 4$     h)  $s_n = \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{1}{(2n+1)^2} \right)$ ;  $s = 1/8$

1805. a) 1; 1.5; 2.083 33; 2.717 86

c) 2.928 97; 4.499 21; 5.187 38; 6.792 82; 9.094 51

1806.  $1\frac{1}{9}$  s;  $11\frac{1}{9}$  m resp.  $1\frac{1}{9}$  m

1807. Nej

1808. 187.5 m

1809.  $2 + \sqrt{3}$  l.e.

1812. a) 1    b) 1    c) 1    d) 1    e) 3    f) 7    g) div. mot  $\infty$

1814.  $N = 199$ 1815. c)  $\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1)$ 1816. a) 2    b)  $\frac{1}{2}(\sqrt{13} + 1)$ 1817.  $\ln 2$ 1818. a)  $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$     b) 11819. a) 0.0084 resp. 30 104    b) 0.0042 resp.  $1.012 \cdot 10^{16}$   
c) 0.0028 resp.  $7.358 \cdot 10^{29}$ 1820. a) 0    b)  $1/e$     c)  $1/4$     d)  $1/k^k$ 

1824. Hur långt som helst.

1825. a)  $8\,104 \leq n \leq 22\,026$     b)  $9 \cdot 10^{42} < n < 3 \cdot 10^{43}$   
c)  $n = 12\,367$  resp.  $n \approx 1.509 \cdot 10^{43}$ 

1827. a) Konv.    b) konv.    c) konv.    d) konv.

1828. a) Konv.    b) konv.    c) div.    d) konv.

1829. a) Konv.    b) konv.    c) div.    d) konv.

1830. a) Div.    b) konv.    c) div.    d) konv.

1831. a)  $-\ln 2$     b)  $11/96$     c)  $-1$ 1832. a)  $0 < x < 1$     b)  $0 < x < 1/e$ 

1834. Konv.

1835. a) Konv.    b) konv.

1836. a) Konv.    b) div.    c) konv.    d) div.    e) konv.

1837. a) Konv.    b) konv.    c) konv.    d) div.

1838. T.ex.  $a_n = (-1)^n/\sqrt{n}$  och  $b_n = (-1)^n/\sqrt{n} + 1/n$ 

1840. Konv.

1841. a) Konv. med summan  $\frac{3}{4} \ln 2$     b) div.

## KAPITEL 19

1901. a)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!}$ , alla  $x$     b)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ , alla  $x$     c)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^{k+1}$ , alla  $x$ d)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} x^{k-1}$ , alla  $x$     e)  $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{2k+1}$ ,  $|x| \leq 1$ f)  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{x^{2k}}{2k}$ ,  $|x| \leq 1$     g)  $-2x + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{4n^2 - 1}$ ,  $|x| < 1$

h)  $\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{(2x)^{2k}}{(2k)!}$ , alla  $x$

1902. a)  $-2 < x \leq 2$     b)  $|x| < e$     c)  $|x| < 1/e$     d)  $|x| < 1$

e)  $x = 0$     f)  $-1/e \leq x < 1/e$     g) alla  $x$     h)  $|x| < e^2$

i)  $-1 \leq x < 1$     j)  $-1 \leq x < 1$     k)  $-1 \leq x \leq 1$     l)  $-1 \leq x < 1$

m)  $-1/2 \leq x < 1/2$     n)  $-1/e \leq x \leq 1/e$     o)  $-1 \leq x < 1$     p)  $|x| < 1$

q)  $-5 \leq x < 5$     r)  $|x| < 1/2$

1903. a)  $|x| < \sqrt{3}$     b)  $|x| < \sqrt{e}$     c)  $-2^{-1/3} \leq x < 2^{-1/3}$

1904. a) 4    b) 27    c)  $k^k$     d) 1

1906. a)  $-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^{n+1}}$ ,  $|x| < 2$     b)  $-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{4^{n+1}}$ ,  $|x| < 2$

c)  $1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n x^n$ ,  $|x| < 1$     d)  $\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2)x^n$ ,  $|x| < 1$

e)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) x^n$ ,  $|x| < 1$

1907.  $x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ ,  $|x| \leq 1$

1908. a)  $|x| \leq 1$ ,  $1 - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$     b)  $|x| \leq 1$ ,  $x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$

c)  $|x| \leq 1$ ,  $-\frac{x}{2} + \frac{x^2-1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x}$

1909. a)  $\ln 2$     b) 6    c) 0.64    d)  $e$ ,  $2e$  resp.  $5e$     e)  $e+1$

f)  $\frac{5}{36} - \frac{4}{9} \ln \frac{4}{3}$     g)  $33/8$

1910.  $\frac{2}{3} e^{-x/2} \cos \frac{x\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} e^x$

1911.  $xf'(x)$ ,  $x^2 f''(x) + xf'(x)$ ,  $x^3 f'''(x) + 3x^2 f''(x) + xf'(x)$

1913.  $\frac{\ln(1-x)}{x-1}$

1914. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n!)^2}$ ,  $R = \infty$     b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{(n!)^2}$ ,  $R = \infty$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n!(n-1)!}$ ,  $R = \infty$

d)  $a_0 + a_1 x - a_0 x^2 - a_1 \frac{x^3}{3!} - \sum_{k=2}^{\infty} c_k x^{2k+1}$ , där  $c_k = a_1 \frac{(2k-3)!!}{(2k+1)!}$ ,  $R = \infty$

$$1915. a_0 \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{(3n)!} x^{3n} \right) + \\ + a_1 \left( x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{(3n+1)!} x^{3n+1} \right)$$

1916. Alla  $x$ ,  $y = x \cos x + \sin x - x$

1917.  $R = 1$

1918.  $f(x) = 0$  för  $0 < x < 1$ ,  $f(1) = 1$ , diskont. i 1

1919. a)  $f(x) = 0$  för  $x \neq 0$ ,  $f(0) = 1$

b)  $f(x) = 0$  för  $|x| < 1$ ,  $f(x) = 1$  för  $|x| > 1$ ,  $f(\pm 1) = 1/2$

1920. 0 resp. 1

1921. 0 resp.  $\pi/3$

1922. a) Båda är  $x$     b) 0 resp.  $\lim_{n \rightarrow \infty} s'_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{för } x = 0 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$

1924. a)  $f(x) = -x$  för  $0 \leq x < 1$ ,  $f(x) = x$  för  $x > 1$ ,  $f(1) = 0$

b) nej resp. ja

1925.  $f_n(x) \rightarrow 0$  men ej likformigt, ty  $f_n\left(\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n}{2} \rightarrow \infty$

1926. a)  $s(x) = x^2 + 1$  för  $x \neq 0$ ,  $s(0) = 0$     b)  $s(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0, -1, -2, \dots$

1928.  $s(x) = \frac{x}{e^x - 1}$  för  $x > 0$ ,  $s(0) = 0$ , nej

1930.  $2/3$

1931.  $\frac{1}{2}(\pi - 1)$

1932.  $\frac{1}{2}(\ln 2 + 1)$

1933.  $\pi/2$

1934. a)  $1/2$     b)  $2/\pi$

1937. 1 resp.  $-2 \sum_{n=1}^{\infty} (n+x)^{-3}$

1941.  $\sum_{k=0}^{\infty} (-4)^k \left[ \frac{x^{4k}}{(4k)!} + \frac{(1+i)x^{4k+1}}{(4k+1)!} + \frac{2ix^{4k+2}}{(4k+2)!} + \frac{(-2+2i)x^{4k+3}}{(4k+3)!} \right],$   
 $\sum_{k=0}^{\infty} (-4)^k \left[ \frac{x^{4k}}{(4k)!} + \frac{x^{4k+1}}{(4k+1)!} - \frac{2x^{4k+3}}{(4k+3)!} \right]$  resp.  
 $\sum_{k=0}^{\infty} (-4)^k \left[ \frac{x^{4k+1}}{(4k+1)!} + \frac{2x^{4k+2}}{(4k+2)!} + \frac{2x^{4k+3}}{(4k+3)!} \right]$

1942. a)  $z = \pi i(1 + 2n)$     b)  $z = \frac{\pi}{2} \pm i \ln(2 + \sqrt{3}) + 2n\pi$

c)  $\pm z = \frac{\pi}{2} - i \ln(1 + \sqrt{2}) + 2n\pi$

d)  $z = \arctan \frac{1}{2} - \frac{i}{2} \ln 5 + 2n\pi$  och  $z = \pi - \arctan \frac{1}{2} + \frac{i}{2} \ln 5 + 2n\pi$

## KAPITEL 20

2001.  $P(u, v)$  är inte entydigt bestämt

2002. a) alla  $t$     b) inga  $t$     c)  $t = n\pi$  för  $n \in \mathbf{Z}$

2003. a)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1} \cos(2k-1)x$     b)  $\frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1} \cos(2k-1)x$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$  med  $b_n = \begin{cases} 2/n\pi & \text{för udda } n \\ 4/n\pi & \text{för } n = 4k+2 \\ 0 & \text{för } n = 4k \end{cases}$

d)  $a_n = (-1)^k \frac{2}{n\pi}$  för udda  $n = 2k-1$ ,  $b_{4k+2} = -\frac{2}{\pi(2k+1)}$ , övriga koeff. = 0

e)  $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)^{-2} \cos(2k-1)x$     f)  $\frac{\pi^2}{3} - 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2} \cos kx$

g)  $\frac{\pi}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)^{-2} \cos(2k-1)x$     h)  $\frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} (2k-1)^{-2} \sin(2k-1)x$

i)  $\frac{\pi^2}{3} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2} (4 \cos kx - 2k \sin kx)$     j)  $1 - \frac{1}{2} \cos x - 2 \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2 - 1} \cos kx$

k)  $\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \sin x - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1} \cos 2kx$

l)  $\frac{\pi^2}{6} + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ (-1)^k \frac{2}{k^2} \cos kx + \left[ (-1)^k \left( \frac{2}{\pi k^3} - \frac{\pi}{k} \right) - \frac{2}{\pi k^3} \right] \sin kx \right\}$

2005.  $\sin x + \cos 2x$

2006. I alla deluppgifterna har fourierseriens summa  $s(x)$  perioden  $2\pi$ .

För  $-\pi < x \leq \pi$  är  $s(x) = f(x)$  med följande undantag:

a)  $s(\pm\pi/2) = 1/2$     b)  $s(\pm\pi/2) = 0$

c)  $s(-\pi/2) = -1/2$ ,  $s(0) = 0$ ,  $s(\pi/2) = 1/2$

d)  $s(0) = -1/2$ ,  $s(\pi/2) = 0$ ,  $s(\pi) = 1/2$

g)  $s(0) = \pi$     i)  $s(\pi) = \pi^2$     l)  $s(\pi) = \pi^2/2$

2007. a)  $\frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\pi(n^2 - 1/4)} \cos nx$     b)  $\left| \cos \frac{x}{2} \right|$     c) 2

2008. a)  $\frac{4\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2} (\cos nx - n\pi \sin nx)$     b)  $\pi^2/6$