

REPETITIONSFRÅGOR MATEM.METODER E2, fk, DEL B (2000)

1a) Vad är en distribution? Vad menas med svag konvergens?

b) Visa $\theta' = \delta$ och $\hat{\delta} = 1$.

2) Visa för Laplacetransformer a) $\theta(t) \supset \frac{1}{s}$, b) $t^n f(t) \supset (-1)^n F^{(n)}(s)$,

c) $\sin bt \supset \frac{b}{s^2 + b^2}$, d) $e^{-at} f(t) \supset F(s+a)$, e)

$f(t-T)\theta(t-T) \supset e^{-Ts} F(s) (T \geq 0)$.

3) Visa för Fouriertransformer a) $f(t-T) \supset e^{-j\omega T} \hat{f}(\omega), T \in \mathbb{R}$, b) $\bar{f}(t) \supset \bar{\hat{f}}(-\omega)$,

c) $f(at) \supset \frac{1}{|a|} \hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right), 0 \neq a \in \mathbb{R}$, d) $e^{j\Omega t} f(t) \supset \hat{f}(\omega - \Omega), \Omega \in \mathbb{R}$, e) $1 \supset 2\pi\delta(\omega)$,

f) $g(\omega) \subset f(t) \Rightarrow g(t) \supset 2\pi f(-\omega)$, g) $\theta(t) \supset \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$, h) $\text{sgnt} \supset \frac{2}{j\omega}$.

4) Härled Plancherels formler.

5) Visa för z-transformer a) $\delta(n) \supset 1$, b) $\theta(n) \supset \frac{z}{z-1}$, c) $c^n x(n) \supset X\left(\frac{z}{c}\right) (c \neq 0)$,

d) $x(n-N) \supset z^{-N} X(z) (N \in \mathbb{Z})$.

6a) Definiera faltningen $f * g$ för tidskontinuerliga resp. för tidsdiskreta signaler.

b) Visa faltningssatsen för Fouriertransformer resp. för z-transformer.

c) Visa $f_T = f * \delta_T, f^{(n)} = f * \delta^{(n)}$ för tidskontinuerliga signaler f .

d) Visa $x_N = x * \delta_N$ för diskreta signaler x .

e) Varför är faltningen en så viktig och nyttig operation, ffa i samband med filter?

7) $\mathbf{F}$ är ett tidskontinuerligt resp. ett diskret filter.

a) Vad menas med att $\mathbf{F}$ är linjärt, resp. tidsinvariant?

b) Visa att $\mathbf{F}$ är linjärt och tidsinvariant om och endast om $\mathbf{F}$ är ett faltningsfilter

$\mathbf{F} : x \mapsto h * x$, där $h = \mathbf{F}(\delta)$. Vad kallas h ? (obs: 2 frågor: tidskontin. resp. diskret!)

8) $\mathbf{F}$ är ett tidskontinuerligt LTI-filer, resp. ett diskret LTI filter.

a) Vad menas med att $\mathbf{F}$ är kausalt, resp. stabilt? Vad innebär kausalitet?

b) Visa att om $\mathbf{F}$ är kausalt och stabilt så gäller:

b1) I det tidskontinuerliga fallet:

$\mathbf{F} : e^{j\omega t} \mapsto \hat{h}(\omega)e^{j\omega t}, \quad \mathbf{F} : \cos\omega t \mapsto A(\omega)\cos(\omega t + \Phi(\omega)).$

Definiera $A(\omega)$ och $\Phi(\omega)$. Vad kallas $\hat{h}(\omega), A(\omega)$ och $\Phi(\omega)$?

b2) I det tidsdiskreta fallet:

$\mathbf{F} : e^{j\alpha n} \mapsto H(e^{j\alpha})e^{j\alpha n}, \quad \mathbf{F} : \cos n\alpha \mapsto A(\alpha)\cos(n\alpha + \Phi(\alpha)).$

Definiera $A(\alpha)$ och $\Phi(\alpha)$. Vad kallas $H(e^{j\alpha}), A(\alpha)$ och $\Phi(\alpha)$?

Lycka till

Bernhard