

Övningsentamen i matematiska metoder fk, del B, TMA980, 01-11-24, kl 10.45-12.45**Hjälpmedel:** Formelsamling (delas ut, lämnas tillbaka efter skrivningen). Beta. Ej räknedosa.**Telefon:** Bernhard Behrens, tel. 0702-355810**OBS:** Fyll i allt på skrivningsomslaget. Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad!

=====

1. Lös problemet

$$y''(t) + 8 \int_0^t y(\tau) d\tau = 3\delta'(t-2), \quad y(t) = 0 \quad \text{för } t < 0. \quad (6p)$$

2. a) Fouriertransformera funktionen $f(t) = \begin{cases} 1-t^2, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| \geq 1 \end{cases}.$ (5p)

b) Beräkna $\int_0^\infty \frac{\sin x - x \cos x}{x^3} dx$ och $\int_0^\infty \frac{(\sin x - x \cos x)^2}{x^6} dx.$ (3p)

3. Beräkna $(2e^{-t}\theta(t)) * (e^{-|t|})'$
(dvs. faltningen mellan $2e^{-t}\theta(t)$ och derivatan av $e^{-|t|}$). (6p)

4. a) Funktionen f har perioden 2π och $f(t) = \operatorname{sgn} t$ för $|t| < \pi$.
Skriv f' som impulståg. (2p)

b) Visa $\theta(t) \stackrel{\text{Laplace}}{\supset} \frac{1}{s}$ och $\delta(t) \stackrel{\text{Fourier}}{\supset} 1.$ (3p)

BE

svar:

1) $y(t) = (e^{4-2t} + 2e^{t-2} \cos(\sqrt{3}(t-2)))\theta(t-2)$

2a) $\hat{f}(\omega) = 4 \frac{\sin \omega - \omega \cos \omega}{\omega^3}$

b) $\int_0^\infty \frac{\sin x - x \cos x}{x^3} dx = \frac{\pi}{4}, \quad \int_0^\infty \frac{(\sin x - x \cos x)^2}{x^6} dx = \frac{\pi}{15}$

3) $e^{-|t|} - 2te^{-t}\theta(t) = e^t - 2(\sinh t + te^{-t})\theta(t)$

4a) $f'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2(-1)^n \delta(t - n\pi)$