Datorlaborationer i matematiska metoder E2, fk, del B (TMA980), ht 1999

- Denna laboration består av fyra uppgifter som kan ge en bonuspoäng var vid tentamina i matematiska metoder för E2, fk, del B, 17/12-99, 26/4-00 och 15/8-00. Uppgift 1 skall göras läsvecka 3/4, uppgift 2 lv 4/5, uppgift 3 lv 6/7 och uppgift 4 lv 7.
- Laborationen skall lämnas senast fr, 10/12, kl 11^{45} (efter föreläsningen) till mig. Häfta ihop lösningarna till de fyra uppgifterna. Skriv namn och personnummer längst upp på varje inlämnat blad, på blad 1 med *maple*, på övriga blad med *maple* eller för hand, blad utan namn eller utan personnummer beaktas ej. Laborationen lämnas tillbaka med tentan.

Syfte

Med dessa laborationer skall du lära dig att utnyttja datorn i denna kurs för att utföra beräkningar och visualisera dina resultat och därmed öka förståelsen. De tar upp:

- Spektral avskärning: hur bra approximerar F-serien resp F-integralen funktionen?
- Laplace-, Fourier, z-transformation: beräkning, amplitudspektrum, energi, tillämpning på filter (lösning av begynnelsevärdesproblem, stabilitet, sinustest), faltning.
- Ortogonalserier.

Uppgift 1

a) Impulståget $u(t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(t-m)$ har Fourierserien $\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{jn\Omega t}$. Rita delsummorna $\sum_{n=-N}^{N}e^{jn\Omega t}$ för $N=12$ och för $N=202$ i var sitt diagram $(-1<t<7.5)$.

b) Rita den spektrala avskärningen $\theta_\Omega(t)$ av $\theta(t)$ för $\Omega=12\pi$ och för $\Omega=2000$ i samma diagram $(-1<t<1)$.

c) Rita den spektrala avskärningen $\delta_\Omega(t)$ av $\delta(t)$ för $\Omega=12\pi$ och för $\Omega=37\pi$ i var sitt diagram $(-2<t<2)$.

d) Laplacetransformera $\left(\frac{\sin(2x)}{x}-\frac{\sinh(2x)}{x}\right)\theta(x)$, inverstransformera $\frac{s^2+s+2}{(s+1)^2\left(s^2+1\right)}$.
Lös (DE) $3y'''-2y''+9y'-6y=\theta(t-1)-\theta(t-2)$.

e) Fouriertransformera $f(x)=\frac{\sin(2x)}{x}e^{-|x|}$, rita $f(x)$ och den spektrala avskärningen $f_\Omega(x)$ av f för $\Omega=4\pi$ i samma diagram $(-2<x<2)$.

Anvisningar, ledningar,tips

Allmänt

- Förbered dig innan du sätter dig vid datorn, skriv ner lösningarna (det du vill göra med datorn). Gå igenom mina exempel först. Kommentera, kolla rimligheten av dina svar!!
- Litteraturtips: *R.B.Israel*: Calculus: The Maple Way (Addison-Wesley,1996) och *E.Pärt-Enander/A.Sjöberg*: Användarhandledning för MATLAB (Uppsala univ., 1998)

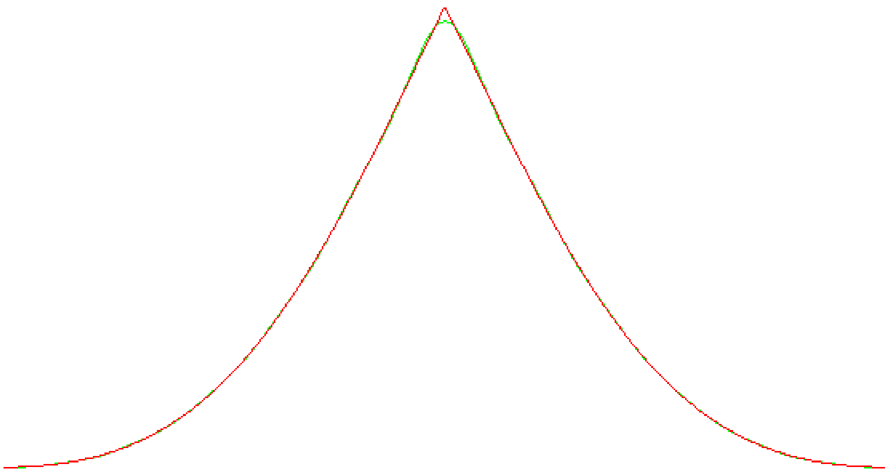
Till uppgift 1

a) Utnyttja $\sum_{n=-N}^{N} e^{jn\Omega t} = \frac{\sin\left(N+\frac{1}{2}\right)\Omega t}{\sin\frac{\Omega}{2}t}$ (sid 3:29, se även appendix A1.1), se ex1.

b),c) $\theta_\Omega(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} Si(\Omega t)$, $\delta_\Omega(t) = \frac{\sin(\Omega t)}{\pi t}$ (sid 4:28 resp sid 4:29). Se slutet av ex3.

d) För beräkning av Laplace-, resp Fourier-transform och deras inversa transform måste integral-transformations-paketet laddas in (*with(inttrans)*). *Maple* kan räkna med δ (= *Dirac*) och θ (= *Heaviside*), se ex2. Differentialekvationer löser man m.h.a. Laplacetransformation genom att välja *method = laplace*; räkna med godt. $y(0) = a,\ y'(0) = b,\ y''(0) = c$! Se ex2.

e) Följ ex3: för att kunna beräkna (numeriskt) och rita den spektrala avskärningen skall du beräkna imaginärdelen av integranden $\hat{f}(\omega)e^{j\omega t}$ (med *Im*, *evalc* och *simplify*) och därmed motivera att den är udda (ej trivialt, bevis krävs), sedan beräknar du realdelen och motiverar att den är jämn, alltså är $f_\Omega(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\Omega Re\left(\hat{f}(\omega)e^{j\omega x}\right)d\omega$. Har du lyckats får du följande graph som visar hur bra denna approximation är (jag tog $\Omega = 6\pi$).



Lycka till !

Bernhard

november 99