REPETITIONSFRÅGOR MATEM.METODER E2, fk, DEL B (1999)
TRANSFORMER

1a) Vad är en distribution? Vad menas med svag konvergens?
b) Visa $\theta' = \delta$ och $\hat{\delta} = 1$.

2) Visa för Laplacetransformer **a)** $\theta(t) \supset \frac{1}{s}$, **b)** $t^n f(t) \supset (-1)^n F^{(n)}(s)$,
c) $\sin bt \supset \frac{b}{s^2+b^2}$, **d)** $e^{-at} f(t) \supset F(s+a)$, **e)** $f(t-T)\theta(t-T) \supset e^{-Ts}F(s)$ $(T \geq 0)$.

3) Visa för Fouriertransformer **a)** $f(t-T) \supset e^{-j\omega T}\hat{f}(\omega)$ $(T \in IR)$,
b) $e^{j\Omega t} f(t) \supset \hat{f}(\omega - \Omega)$ $(\Omega \in IR)$, **c)** $\bar{f}(t) \supset \bar{\hat{f}}(-\omega)$, **d)** $1 \supset 2\pi\delta(\omega)$
e) $g(\omega) \subset f(t) \Rightarrow g(t) \supset 2\pi f(-\omega)$, **f)** $\theta(t) \supset \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$, **g)** $sgn\, t \supset \frac{2}{j\omega}$.

4) Härled Plancherels formler.

5) Visa för z-transformer **a)** $\delta(n) \supset 1$, **b)** $\theta(n) \supset \frac{z}{z-1}$, **c)** $c^n x(n) \supset X\left(\frac{z}{c}\right)(c \neq 0)$,
d) $x(n-N) \supset z^{-N} X(z)$ $(N \in I\!N)$.

6a) Definiera faltningen $f * g$ för tidskontinuerliga resp för tidsdiskreta signaler.
b) Visa faltningssatsen för Fouriertransformer resp för z-transformer.
c) Visa $f_T = f * \delta_T$, $f^{(n)} = f * \delta^{(n)}$ för tidskontinuerliga signaler f.
d) Visa $x_N = x * \delta_N$ för diskreta signaler x.
e) Varför är faltningen en så viktig och nyttig operation , ffa i samband med filter?

7) $\mathscr{F}$ är ett tidskontinuerligt resp ett diskret filter.
a) Vad menas med att $\mathscr{F}$ är linjärt, resp tidsinvariant?
b) Visa att $\mathscr{F}$ är linjärt och tidsinvariant om och endast om $\mathscr{F}$ är ett faltningsfilter
$\mathscr{F}: x \mapsto h * x$, där $h = \mathscr{F}(\delta)$. Vad kallas h ? (OBS: 2 frågor: tidskontin. resp diskret !)

8) $\mathscr{F}$ är ett tidskontinuerligt resp ett diskret linjärt, tidsinvariant filter.
a) Vad menas med att $\mathscr{F}$ är kausalt, resp stabilt? Vad innebär kausalitet?
b) Visa att om $\mathscr{F}$ är kausalt och stabilt så gäller:

b1) I det tidskontinuerliga fallet:
$\mathscr{F}: e^{j\omega t} \mapsto \hat{h}(\omega) e^{j\omega t}$, $\mathscr{F}: \cos\omega t \mapsto A(\omega)\cos(\omega t + \Phi(\omega))$.
Definiera $A(\omega)$ och $\Phi(\omega)$. Vad kallas $\hat{h}(\omega)$, $A(\omega)$ och $\Phi(\omega)$?

b2) I det diskreta fallet:
$\mathscr{F}: e^{j\alpha n} \mapsto H\left(e^{j\alpha}\right) e^{j\alpha n}$, $\mathscr{F}: \cos n\alpha \mapsto A(\alpha)\cos(n\alpha + \Phi(\alpha))$.
Definiera $A(\alpha)$ och $\Phi(\alpha)$. Vad kallas $H\left(e^{j\alpha}\right)$, $A(\alpha)$ och $\Phi(\alpha)$?

Lycka till

Bernhard