

Viktigaste begrepp, satser och typiska problem från kursen ALA-A  
(preliminär version, nummer av kapitlar, satser och sidor kommer senare)

Begerpp och definitioner	Egenskaper och satser	Typiska problem
Reella tal. Slutna intervall. Öppna intervall	$a(b+c)=ab+ac$ ; Fullständighet av reella tal: varje begränsad mängd av reella tal har ett minimalt övregräns. Kap. P.1	
Funktion, definitionsmängd, värdemängd Def. 1, s. 24. Sammansatta funktioner, s.34		
Graf av en funktion s. 26		Att rita grafer till enkla funktioner
En entydiga funktioner. Def. 1 Inversa funktioner Def.2, sid.162. kap. 3.1,	Kap. 3.1 Cancellation identities: $f(f^{-1}(y))=y$ ; $f^{-1}(f(x))=x$ En entydiga funktioner har invers. Monotona funktioner är en entydiga och har invers. Graf till en funktion och dess invers är spegelbild av varandra med avseende på linjen $y=x$ . sid.164	Bestäm om en funktion har invers. Rita grafen till en funktion och dess invers.
Gränsvärde av en funktion. Kap. 1.2, 1.5 s. 87 Def. 8, Höger och vänster -gränsvärde Def .9, s. 89	Gränsvärde av: summa <b>(med bevis)</b> , Ex.4, sid. 88 produkt, kvot. Kap. 1.2, Th.2, sid. 66.	Beräkna gränsvärde, höger och vänster gränsvärden av en funktion (om de finns)
	Squeeze theorem kap. 1.2, Th.4, sid. 68 ( <i>Satsen om två polismän</i> )	Beräkna ett gränsvärde med hjälp av squeezing theorem.
Gränsvärden när $x$ går mot oändlighet. $x \rightarrow \pm\infty$ . Def. 10, s. 89 Oändliga gränsvärden $\pm\infty$ . Def. 11. s. 90 Talföljd, talsekvens Gränsvärde av talföljd kap. 9.1, Def. 1, 2	Gränsvärde av: Summa, produkt, kvot av funktioner. Gränsvärde av sammansatta funktioner. Kap. 9.1, Theorem 2 om konvergens av begränsade monotona talföljder.	Beräkna gränsvärde när $x \rightarrow \pm\infty$ Beräkna gränsvärden då $f(x) \rightarrow +\infty$ eller $f(x) \rightarrow -\infty$ . Beräkna gränsvärde av en talföljd om den finns.
Funktion kontinuerlig, vänster, högerkontinuerlig punkt, diskontinuerlig i en punkt. Kap.1.4, Def. 4, 5, 6 sid. 77, 78 <i>Vi använder lite bredare definition för diskontinuitet än Adams!</i>	Samband mellan vänster, höger kontinuitet och vanlig "tvåsidig" kontinuitet. Kap.1.4, Th. 5, sid.77 Summa, produkt, kvot av kontinuerliga funktioner och sammansatta kontinuerliga funktioner ger en kontinuerlig funktion. Th. 6, 7 sid. 79.	För en funktion given med formler eller med en graf, bestäm i vilka punkter den är kontinuerlig, diskontinuerlig, vänster, högerkontinuerlig.

Begerpp och definitioner	Egenskaper och satser	Typiska problem
Kontinuerliga funktioner på ett begränsat slutet intervall.	Funktion kontinuerlig på ett begränsat slutet intervall $[a,b]$ antar sitt maximalt och sitt minimalt värde på $[a,b]$ kap. 1.4, Th. 8 sid. 80	Bestäm om en funktion $f$ kan utvidgas till en punkt utanför dess definitionsmängd så att funktionen $f$ blir kontinuerlig i den punkten.
	Intermediate value theorem kap. 1.4, Th. 9, sid. 82	Använd Th. 9 för att visa att en ekvation $f(x)=0$ med kontinuerlig $f$ har rötter på ett intervall.
Lutning av graf kap. 2.1, def. 1 sid. 95 Derivata : kap. 2.2, def. 4, sid.98 singulära punkter, sid. 99. Deriverbar funktion, sid. 99 Definition för ln, exp, Def. 6, Th. 1, sid 172, sid. 174.	Derivata av summa: Th. 2 sid. 107, produkt <b>(med bevis)</b> : Th. 3, sid. 108, kvot: Th. 4, 5 sid 110, 111 av deriverbara funktioner. Derivator av funktioner: potens, exp, ln, sin, cos, tan, inverser för sin,cos, tan.	Derivera komplicerade funktioner med hjälp av formler för: summa, produkt, kvot, kedjeregeln.
	Kedjeregeln: derivatan av sammansatta deriverbara funktioner. Th. 6, sid. 114. Formel för derivatan av inversa funktion <b>(med bevis)</b> sid. 166 ( <i>lär beviset från anteckningar, det är enklare</i> )	Beräkna derivatan av inversa funktionen till en given funktion.
	Gränsvärde $\sin(x)/x$ då $x \rightarrow 0$ <b>(med bevis)</b> Th. 8, sid 119	
Växande, avtagande funktioner. Def. 5 sid 127. Kritiska eller stationära punkter. Kap. 2.6, Th. 14, sid. 129.	Om $f(x)$ har ett maximum (minimum) i en punkt $c$ på ett öppet intervall $(a,b)$ och $f$ är deriverbar i $c$ så är $c$ en stationär punkt till $f$ : $f'(c)=0$ kap. 2.6, Th. 14, sid. 129	Bestäm alla stationära punkter av en enkel funktion.
	Rolles' sats <b>(med bevis)</b> : kap. 2.6, Th. 15, sid. 129	
	Mellanvärdessats: kap. 2.6, Th.1, sid. 125. Generaliserad mellanvärdessatsen: Kap.2.7, Th. 16, sid.130 .	Avänd mellanvärdessats för att uppskatta en funktion med en linjär funktion.
Extrempunkter: absolut maximum, minimum, localt maximum, minimum. Kritiska punkter, endpunkter, singulära punkter. Sid. 216, 217.	Kap. 4.2, Th. 1 sid. 217 (existens sats för extrempunkter). Th. 2, sid. 218 (vilka punkter som kan vara extrempunkter) First derivative test: Kap. 4.2, Th.3, sid. 219 Second derivative test: kap. 4.3, Th.6, sid.226	Bestäm alla lokala och absoluta extrempunkter till en funktion på ett begränsat intervall.

Begerpp och definitioner	Egenskaper och satser	Typiska problem
Högre derivator. Kap. 2.8, sid. 137 Funktion konkav uppåt, neråt, böjningspunkt. Kap. 4.3, def. 3,4, sid. 223, 224.	Satser om funktion som är konkav uppåt eller neråt. Andra derivata i en böjningspunkt $a$ är noll om $f'(a)$ finns. Kap. 4.3, Th. 5, sid. 224	Beräkna högre derivator av en funktion. Bestäm om en funktion är konkav uppåt, eller neråt. Ange böjningspunkter.
Linjär approximation kap.4.7, def.8, Felanalys. Kap. 4.7, sid. 253	Feluppskattning för linjär approximation <b>(med bevis):</b> Kap.4.7, Th. 9, sid. 254. Gränsvärdet av $(1+1/n)^n$ då $n \rightarrow +\infty$ <b>(med bevis)</b> kap. 3.4, Th. 6, sid. 184	Ange linjär approximation till en funktion och en feluppskattning till den.
Taylor's polynom, kap. 4.8, sid. 257.	Allmän formel för Taylor's polynom: sid. 257. Restterm i LAGRANGES form. Kap. 4.8, Th. 10, sid. 259 Stora $O(x^n)$ beteckning för $x \rightarrow 0$	Bestäm Taylor's polynom av ordning två eller högre till en funktion.
<b><u>Analystisk geometri i planet:</u></b>	<b><u>kapitel P2 -från introduktionen</u></b>	<b><u>-kursen är bra att kunna!</u></b>
Rummet $R^n$ . Mängder, punkter, vektorer. (utan öppna, slutna mängder, inre, yttre punkter)	<b>Listan för analytisk geometri kommer att kompletteras.</b>	<b>Listan för analytisk geometri kommer att kompletteras.</b>
Vektorer: summa, multiplikation med tal, skalärprodukt, absolutbelopp distance. Projektion av en vektor på ett plan.	Formler för summa av två vektorer. Formel för skalärprodukt, cos av vinkel mellan två vektorer, absolutbelopp, avståndet mellan två punkter. Formler för projektioner.	Beräkna avståndet mellan två punkter. Beräkna skalär och vektorprojektion av en vektor på annan vektor. Beräkna cos av vinkeln mellan två vektorer Bestäm koordinatan av mitten av en sträcka mellan två punkter i rummet.
Kryssprodukt, geometrisk mening, determinant.	Formler för kryssprodukt Geometriska formler för kryssprodukt.	Användning av kryssprodukt i geometriska problem t.ex. för att beräkna volumer, och vinklar mellan vektorer. Bestäm en vektor vinkelrät mot två givna vektorer.
Plan i rummet, räta linjer i planet, ekvationer för dem. Geometrisk mening av koefficienter. Ekvationer för ett plan på fyra former: allmän, genom en given punkt, med sträckor, i normal form och deras geometriska mening. Ekvationer för en linje i rummet: i vektor form, i form av två ekvationer (som skärningslinjen av två plan)	<b>Typiska problem med plan och linjer:</b> Ange ekvation för ett plan: a) genom tre givna punkter; b) genom en punkt och en linje genom en punkt och vinkelrät mot en linje; c) genom en punkt och parallellt med annat plan; d) parallellt med två givna linjer. Ange ekvation för en linje: a) genom två punkter; b) genom en punkt och vinkelrät mot ett plan. d) som är skärningslinjen av två givna plan. Bestäm avståndet mellan en punkt och ett plan eller en linje. Bestäm projektion av en punkt på ett plan eller en linje. Bestäm avståndet mellan två linjer. Bestäm avståndet mellan två parallella plan. Använd ekvationen för planet för att identifiera hur det ligger med avseende på koordinataxlarna.	

### Tenta kommer att bestå av följande typer av problem:

- Formulering av definitioner, begrepp och satser från listan kan komma som en del i alla tentauppgifter.
- MEST AV FÖLJANDE TYPER AV PROBLEM KOMMER PÅ TENTAN.
- Formulera och bevisa en sats från listan.
- Beräkna ett gränsvärde av en funktion eller en talföljd,
- Ange punkter där en given funktion är kontinuerlig, diskontinuerlig, vänster eller högerkontinuerlig.
- Använd intermediate value theorem för att visa att en ekvation  $f(x) = 0$  har lösningar (eller det är samma att funktionen  $f$  har rötter) på ett intervall.
- Beräkna derivator av första eller högre ordning av en komplicerad funktion.
- Använd mellanvärdessatsen för uppskattningar av typ:  $f(x-a) < L(x-a)$  för en funktion.
- Bestäm absoluta (om de finns) och alla lokala extrempunkter av en funktion.
- Ange Taylorsformel eller linjär approximation till en given funktioner nära en punkt.
- Skriv en ekvation till ett plan eller en linje som uppfyller vissa givna geometriska villkor.
- Eller tvärtom: bestämm geometriska egenskaper eller parametrar (avståndet, vinklar mellan plan, linjer, eller punkter givna med ekvationer)
- Beräkning av kryssprodukt kan ingå som delproblem i något av geometriska problem.
- Varje uppgift kommer att kosta ett visst antal poäng. Beroende på hur fullständig lösning du har skrivit, får du en viss del av poäng för varje uppgift. Summan av poäng för hela tentan bestämmer ditt betyg: 50% av total poäng ger dig betyg 3; 70% - ger betyg 4; 90% - ger maximala betyget 5. För mindre än 50% av poäng kommer du att få underkänd.
- Oavsett dina poäng för tentan får du inte betyg för kursen före du har redovisat tre obligatoriska laborationer i Matlab.