

# Studio 5b: Mer om dubbelintegral i 2D.

Analys och Linjär Algebra, del C, K1/Kf1/Bt1, vt07

19 februari 2007

## 1 Dubbelintegral över ett generellt område

Det program du skrev i Studio 5a för att beräkna dubbelintegraler är ju begränsat till rektangulära områden. För att numeriskt beräkna dubbelintegraler över mer generella områden måste vi använda något hjälpmedel för att definiera området och sedan dela in det i små bitar. Dessa små delområden behöver förstås inte vara rektanglar, ofta används trianglar istället eftersom det är lättare att anpassa ett triangelnät till en krökt rand.

Ett sådant verktyg kan du starta genom att skriva

```
>> pdetool
```

Matlab startar nu ett nytt fönster med PDE Toolbox. Uppe till vänster under menyerna finns fem knappar med olika ritverktyg, två för rätblock, två för ellipser och en för ett godtyckligt polygonområde.

Som exempel kan du prova att rita området  $\Omega = [-1, 1] \times [-0.8, 0.8]$ . Klicka på rektangelikonen längst uppe till vänster (under File), placera musmarkören över  $[-1; -0.8]$ , samt klicka och dra med vänster musknapp. Släpp när markören står över  $[1; 0.8]$ . För att underlätta ritningen kan du markera Grid och Snap i menyn Options. Detta lägger ut en grid, samt linjerar upp objekten du ritat med griden. Du kan nu dela in området i småtrianglar genom att klicka på ikonen med en triangel på (under Mesh).

För att kunna använda oss av trianguleringen exporterar vårt nät till Matlabs workspace genom att välja Export Mesh... från menyn Mesh. Klicka på OK. Skriv

```
>> whos
```

vid Matlab-prompten så listas alla variabler som finns definierade och deras storlek (både matrisstorlek och hur mycket datorminne de upptar). Om du har lyckats bör det finnas tre matriser  $p$ ,  $e$  och  $t$  som definierar nätet. Vi kommer att använda oss av  $p$  och  $t$ :

$p$  innehåller alla nodpunkters (trianglarnas hörn) koordinater på så sätt att första kolumnen består av första nodens  $x$  och  $y$  positioner, andra kolumnen består av andra nodens  $x$  och  $y$ , osv. Hur många noder består ditt nät av?

`t` innehåller en kolumn för varje triangel i nätet och i den kolumnen finns nodnummer för de tre noder som ligger i triangelns hörn. (Det finns också en fjärde rad i `t` som vi inte behöver använda nu.) Hur många trianglar består ditt nät av?

Numreringen av trianglar och noder kan man se i toolboxen genom att markera Show Triangel Labels respektive Show Node Labels under menyfliken Mesh.

För att räkna ut integralen över området  $\Omega$  kan vi nu löpa igenom alla trianglar, beräkna funktionens värde i t.ex. triangelns mittpunkt, multiplicera med triangelns area och summera alla dessa värden. Triangelns mittpunkt och area kan vi räkna ut genom att vi tittar i rätt kolumn i `t`, plockar ut nodnumren för hörnpunkterna och går in i dessa kolumner i `p` för att få koordinatvärden för hörnpunkter.

*Uppgift 1:* Utgå från mallen `my_quad2Dgen.m` och konstruera en funktionsfil som räknar ut integralen över ett godtyckligt område beskrivet av `p` och `t`. Testa sedan Ditt program på tex övningarna 14.2: 1, 3, 5, 7 och 9 där Du väljer radien  $a$  själv, tex  $a = 2$ . Du bör även testa Ditt program på välkända integraler som tex integralen av  $f(x, y) = 1$  på  $x^2 + y^2 \leq 1$ .