MATEMATIK	Datum: 2009-01-16	Tid:
Chalmers	Hjälpmedel: inga	
A.Heintz	Telefonvakt: ....Tel.: 0762-721860	

Tentan i TMV036 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats.** i) Ange definitionen på inversafunktionen till en given funktion.

   ii) Formulera och bevisa formeln för derivatan av inversafunktionen. (4p)

2. **Gränsvärde.** i) Ange definitionen på gränsvärde av en funktion.

   ii) Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x\to b} \dfrac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{b}}{x-b}$, där $b > 0$. (4p)

3. **Kontinuitet.** i) Formulera definitionen på funktion kontinuerlig i en punkt.

   ii) Två givna funktioner f och g, båda är odefinierade i punkt $x = 0$.Ange om någon av dem kan utvidgas till punkten $x = 0$ (d.v.s. om $f(0)$ eller $g(0)$ kan definieras i punkten $x = 0$) så att funktionen blir kontinuerlig i den punkten. I fall det är möjligt ange hur man kan göra det.

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin(1/x^2); \quad -\pi/2 < x < \pi/2, \quad x \neq 0, \\ g(x) &= \frac{\ln(1+x)}{x}; \quad -1 < x < 1, \quad x \neq 0. \end{aligned}$$

   (4p)

4. **Derivering.** Beräkna derivatan till funktionen

   $f(x) = \left(\arctan(x^2)\right)^{\sqrt{1-x^2}}$ (4p)

5. **Extrempunkter.** Bestäm alla lokala extrempunkter, och absolut maximum och absolut minimum (om de existerar) till följande funktion:

   $g(x) = x\, e^{-x^2}$

   definierad för alla reella tal x. Bestäm också böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. Motivera svaret! (4p)

6. **Taylors polynom.** Ange Taylors polynom av ordning 3 runt punkten $a = 0$ för funktionen: $f(x) = \ln(1 + \sin(x))$ med felterm på $O(...)$ form. (4p)

7. **Plan i rummet.** Bestäm avståndet mellan punkten M med koordinater $(4, 3, 1)$ och planet given av ekvationen: $3x - 4y + 12z + 14 = 0$. (4p)

8. **Vektorprodukt.** Tre punkter i rummet A, B, C, är givna av sina koordinater: $A(1, 1, 1)$, $B(2, 2, 2)$, $C(4, 3, 5)$. Bestäm arean av triangeln ABC. (4p)

   Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättats, sen ta den som känns vara näst lättast o.s.v.

Maxpoäng: 32 ; **3:** 16; **4:** 22; **5:** 26