

Tenta i TMV036/TMV035 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats** Formulera och ange bevis till Rolles sats. (4p)
2. **Gränsvärde och kontinuitet.** 1) Ange definition för funktion kontinuerlig i en inre punkt på definitionsintervall.
2) Betrakta följande funktion:

$$f(x) = \begin{cases} \ln(1+x) \cos\left(\frac{1}{x}\right), & \text{för } x \neq 0 \text{ och } -0.25 \leq x \leq 0.25 \\ 1, & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

Bestäm om f är kontinuerlig i origo eller inte och ange ett fullständigt bevis. (4p)

3. **Derivering.** Beräkna derivatan av funktionen

$$f(x) = \frac{\sqrt{\ln(1+x^3)}}{\sin(x^3)} \quad (4p)$$

4. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen :

$$g(x) = \begin{cases} 12x - 9x^2 + 2x^3, & \text{för } 0 \leq x \leq 3 \\ -x(x+3), & \text{för } -2 \leq x < 0 \end{cases}$$

definierad på intervallet $[-2, 3]$. Bestäm alla singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum på det intervallet (om de existerar). (4p)

Bestäm böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. (2p)

5. **Taylors polynom.** Ange Taylors polynom av grad 2 runt punkten $a = 0$ med felterm på Lagranges form för funktionen:

$$f(x) = \ln(1+x). \text{ Uppskatta hur stor är feltermen i fall } x = 0, 1. \quad (4p)$$

6. **Gränsvärde.** Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x^2)}{\ln(\cos(2x))} \right)$ (4p)

Du får använda l'Hôpitals regel eller Taylors polynom.

7. **Geometri i rummet.** Bestäm minimalt avstånd mellan punkten med koordinater $(7, 9, 7)$ och linjen med ekvationer $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$. (4p)

8. **Geometri i rummet.** Betrakta två plan givna med ekvationer: $4x - y + 3z - 1 = 0$ och $x + 5y - z + 2 = 0$.

Bestäm planet som går genom deras skärningslinje och genom origo. (4p)

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.