MATEMATIK	Datum: 2012-08-21	Tid: förmiddag
Chalmers	Hjälpmedel: inga	
A.Heintz	Telefonvakt: Peter Helgesson,	Tel.: 0703-088304

Tenta i TMV036/TMV035 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats.** Formulera och bevisa formeln för derivatan av produkt av två funktioner. (6p)

2. **Kontinuitet.** i) Formulera definitionen på funktion kontinuerlig i en punkt.

   ii) Två givna funktioner f och g, båda är odefinierade i punkt $x = 0$.Bestäm om någon av dem kan utvidgas till punkten $x = 0$ (d.v.s. om $f(0)$ eller $g(0)$ kan definieras i punkten $x = 0$) så att funktionen blir kontinuerlig i den punkten. I fall det är möjligt ange hur man kan göra det. (6p)

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos(1/x); \quad -\pi/2 < x < \pi/2, \quad x \neq 0, \\ g(x) &= (1+x)^x; \quad -1 < x < 1, \quad x \neq 0. \end{aligned}$$

3. **Derivering.** Beräkna derivatan av funktionen$f(x) = \arctan\left(\dfrac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}\right)$ (4p)

4. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen: $g(x) = \begin{cases} \sin^2(x), & \text{för } 0 < x \leq \pi \\ -x^2 - 3x, & \text{för } -4 \leq x \leq 0 \end{cases}$

   a) Bestäm singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. (6p)

   b) Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. (4p)

5. **Linjär approximation.** Betrakta funktion $f(x) = \ln(1+\sin(x))$ och dess linjär approximation för $x = 0,1$. Uppskatta feltermen för approximationen och ange intervallet där värdet $\ln(1+\sin(0,1))$ måste ligga. (6p)

6. **Gränsvärden och Taylors polynom.**

   Beräkna gränsvärdet: $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan(3x) - 3x}{\sin(x) + \ln(1-x) + x^2/2}$ (6p)

7. **Geometri i rummet.** Ange en ekvation för ett plan genom en linje och genom origo. Linjen är given på standart form: $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-2}{1}$. (6p)

8. **Geometri i rummet.** Bestäm minimalt avstånd mellan två linjer: en linje given på standart form: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$, och en linje som går genom punkten $(1,1,2)$ och har riktningsvektorn $\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. (6p)

   Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättats, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40