

Tenta i TMV036/TMV035 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats.** Formulera och bevisa feluppskattning för linjära approximationen. **(6p)**

2. **Kontinuitet.** i) Formulera definitionen på funktion kontinuerlig i en punkt.

ii) Två funktioner f och g , är båda odefinierade i punkten $x = 0$:
 $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ och $g(x) = \cos\left(\frac{1}{x}\right) \ln(1+x)$.

Bestäm om någon av dessa funktioner kan utvidgas till punkten $x = 0$ (d.v.s. om $f(0)$ eller $g(0)$ kan definieras i punkten $x = 0$) så att funktionen blir kontinuerlig i den punkten. I fall det är möjligt ange hur man kan göra det. **(6p)**

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen: $g(x) = \frac{(\sqrt[3]{x})^2}{\sqrt[3]{x-1}}$ definierad för alla reella tal förutom $x = 0$.

Bestäm asymptoter till grafen om de finns. Bestäm singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. **(6p)**

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**

4. **Taylor's polynom.** Betrakta funktionen $f(x) = \sin(\pi/3 + x)$ och dess approximation med Taylor's polynom av grad två för $x = 0, 1$. Uppskatta feltermen på Lagranges form för den approximationen och ange intervallet där värdet $\sin(\pi/3 + 0, 1)$ måste ligga enligt dessa uppskattningar. **(6p)**

5. **Gränsvärden och Taylor's polynom.**

Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 1 - \sin(x - 1)}{(1 - \exp(x - 1)) \ln^2(x)} \right)$ **(6p)**

6. **Geometri i rummet.** Tre punkter är givna $A = (1, -1, 2)$, $B = (5, -6, 2)$, $C = (1, 3, -1)$. Beräkna avståndet mellan punkten B och linjen genom punkterna A och C . **(6p)**

7. **Geometri i rummet.** Ange en ekvation för planet genom två givna punkter $M = (1, -1, -2)$ och $P = (3, 1, 1)$ så att det är vinkelrät mot planet med ekvationen $x - 2y + 3z - 5 = 0$. **(6p)**

8. **Vektorer.** Vektorer \vec{a} , \vec{b} har längder: $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 5$.

Bestäm värden av parametern λ för vilka vektorer $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ och $\vec{a} - \lambda \vec{b}$ blir vinkelräta mot varandra. **(4p)**

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40