

**Tenta i TMV036/TMV035 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.**

1. **Sats.** Formulera och bevisa Rolles' sats. (6p)

2. **Gränsvärden.**

Bestäm asymptoter till grafen av följande funktion:  $f(x) = \frac{x^2+x+1}{2x+1}$ . (3p)

Bestäm följande gränsvärde om det finns:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{x^2+x+1}{2x+1}\right)$ . (3p)

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen:

$$g(x) = \begin{cases} x(x+2)^2, & x < 0 \\ 1 - e^{-x}, & 0 \leq x \end{cases}$$

Bestäm punkter där funktionen inte är kontinuerlig, singulara punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. (6p)

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. (4p)

4. **Linjär approximation.** Betrakta funktionen  $f(x) = \cos(x)$  och dess approximation för  $x = \pi/3 + 0,1$  som linjär approximation kring  $a = \pi/3$ . Uppskatta feltermen för den approximationen och ange intervallet där värdet  $\cos(\pi/3 + 0,1)$  måste ligga enligt dessa uppskattningar. (6p)

5. **Gränsvärden och Taylors polynom.**

Beräkna gränsvärdet:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\exp(-x) + x - 1}{\cos(x) - 1} \right)$  (6p)

6. **Geometri i rummet.** Tre punkter är givna  $A = (1, 2, -1)$ ,  $B = (5, -3, 2)$ ,  $C = (-1, 2, 1)$ . Ange en ekvation för ett plan genom dessa punkter. (6p)

7. **Geometri i rummet.** Ange avståndet mellan en linje  $\mathcal{L}$  och en punkt  $P$ . (6p)

Linjen är given med ekvationer på standart form:  $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$ . Punkten  $P$  har koordinater:  $(2, 1, -1)$ .

8. **Vektorer.** Vektorer  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  är givna av sina koordinater:  $\vec{a}: (1, 1, -4)$  och  $\vec{b}: (1, -2, 2)$ . Bestäm vinkeln mellan vektorer  $\vec{a}$ , och  $\vec{b}$ . (4p)

**Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.**