

**Mobiltelefoner är förbjudna på tentan.**

**Tenta i TMV036/TMV035 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.**

1. **Sats.** Ange ett fullständigt bevis till gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(x)}{x} \right)$

2. **Gränsvärden.**

a) Bestäm asymptoter till grafen av följande funktion:  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{3x + 1}$ . **(3p)**

b) Bestäm följande gränsvärde om det finns:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin \left( \frac{x^2 - x + 1}{3x + 1} \right) / x$ . **(3p)**

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen:

$$g(x) = \begin{cases} e^x (x^2), & x < 0 \\ -e^{-x} \sqrt{x}, & 0 \leq x \end{cases}$$

Bestäm punkter där funktionen inte är kontinuerlig, singulara punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. **(6p)**

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**

4. **Linjär approximation.** Betrakta funktionen  $f(x) = \tan(x)$  och dess approximation för  $x = \pi/3 - 0,1$  som linjär approximation kring  $a = \pi/3$ . Uppskatta feltermen för den approximationen och ange intervallet där värdet  $\tan(\pi/3 - 0,1)$  måste ligga enligt dessa uppskattningar. **(6p)**

5. **Gränsvärden och Taylors polynom.**

Beräkna gränsvärdet:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1+x) - x}{\cos(x) - 1} \right)$  **(6p)**

6. **Geometri i rummet.** Ange en parametrisk vektroekvation för skärningslinjen mellan två givna plan:  $x - 2y + 3z - 4 = 0$  och

$$3x + 2y - 5z - 4 = 0. \quad \mathbf{(6p)}$$

7. **Geometri i rummet.** Beräkna volumen av pyramiden som är begränsad av koordinatplanen och planet med ekvationen  $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ . **(6p)**

8. **Vektorer.** Vektorer  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  är vinkelräta mot varandra.  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 8$ .

Bestäm  $|\vec{a} - \vec{b}|$  and  $|\vec{a} + \vec{b}|$ . **(4p)**

**Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.**

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40