

Tenta i TMV036/TMV035 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.

1. **Sats.** Formulera och bevisa första l'Hôpitals regel. (6p)

2. **Kontinuitet.**

i) Formulera definitionen av en funktion kontinuerlig i en punkt.

ii) Två funktioner f och g , är båda odefinierade i punkten $x = 0$: $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)(\exp(x) - 1)$ och $g(x) = \exp\left(\frac{1}{x}\right)x$.

Bestäm om någon av dessa funktioner kan utvidgas till punkten $x = 0$ (d.v.s. om $f(0)$ eller $g(0)$ kan definieras i punkten $x = 0$) så att funktionen blir kontinuerlig i den punkten. I fall det är möjligt ange hur man kan göra det. (6p)

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen:

$$g(x) = \begin{cases} 5x + 3x^2 + \frac{1}{3}x^3, & x < 0 \\ xe^{-x} \leq x & \end{cases}$$

Bestäm punkter där funktionen inte är kontinuerlig, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. (6p)

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. (4p)

4. **Linjär approximation.** Betrakta funktionen $f(x) = \arctan(x)$ och linjär approximation kring $a = 1$ för $x = 1, 1$. Uppskatta feltermen för den approximationen och ange intervallet där värdet $\arctan(x)$ måste ligga enligt dessa uppskattningar. (6p)

5. **Gränsvärden.** Beräkna gränsvärdet: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln(x)} \right)$ (6p)

6. **Geometri i rummet.** Beräkna avståndet mellan punkten $A = (1, -1, -2)$ och linjen $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2}$ (4p)

7. **Geometri i rummet.** Ange ekvationen för ett plan genom punkten $P = (1, 2, -3)$ som är parallellt med två linjer med

ekvationer $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}$ och $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$. (6p)

8. **Vektorer.** Betrakta triangeln ABC med hörnpunkter A, B, C med vektorer \overrightarrow{AB} , och \overrightarrow{AC} givna. Ange en formel för vektorn \overrightarrow{AM} där punkten M är mittenpunkt på sidan BC i triangeln. (6p)

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.