

**Tenta i TMV036 Analys och linjär algebra K/Bt/Kf, del A.**

1. **Sats.** Formulera och bevisa formeln för derivatan av produkt av två funktioner. **(6p)**

2. **Kontinuitet.**

i) Definiera vad betyder att en funktion  $f$  är kontinuerlig i en punkt  $a$ .

ii) Två funktioner  $f$  och  $g$ , är båda odefinierade i punkten  $x = 0$ :  $f(x) = \cos\left(\frac{1}{x}\right) \exp(x)$  och  $g(x) = x \ln(x)$ .

Bestäm om någon av dessa funktioner kan utvidgas till punkten  $x = 0$  (d.v.s. om  $f(0)$  eller  $g(0)$  kan definieras i punkten  $x = 0$ ) så att funktionen blir kontinuerlig i den punkten. I fall det är omöjligt förklara varför. **(6p)**

3. **Tillämpning av derivator.** Betrakta funktionen:

$$g(x) = |x + 1| e^{-x^2}$$

Bestäm punkter där funktionen är kontinuerlig, singulära punkter, lokala extrempunkter, absolut maximum och absolut minimum om de finns. **(6p)**

Bestäm de intervall där funktionen är växande, avtagande, böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konkav uppåt och konkav neråt. Rita en skiss av grafen till funktionen. **(4p)**

4. **Taylor's polynom.** Betrakta funktionen  $f(x) = \arctan(x)$  och ange dess Taylor's polynom av grad 3 kring punkten  $a = 1$ . **(6p)**

5. **Gränsvärden.** Beräkna gränsvärdet:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos(x) \sqrt{\cos(2x)}}{x^2} \right)$  **(6p)**

6. **Geometri i rummet.** Ange ekvationen för ett plan genom punkten  $P = (7, -5, 1)$  så att det skär likadana sträckor av koordinataxlar. **(4p)**

7. **Geometri i rummet. Visa att planet med ekvationen  $3x - 4y - 2z + 5 = 0$  skär sträckan mellan punkterna  $M_1 = (3, -2, 1)$  och  $M_2 = (-2, 5, 2)$ .** **(6p)**

8. **Vektorer.** Tre hörnpunkter i en parallelogram  $ABCD$  är givna:  $A = (3, -4, 7)$ ,  $B = (-5, 3, -2)$ ,  $C = (1, 2, -3)$ . Ange fjärde hörnpunkten  $D$  i parallelogrammen. **(6p)**

**Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.**

Maxpoäng: 50 ; **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40