Övningshjälp Läsvecka 4, Adams kap 3.7, 7.9, 18.1, 18.3, 18.5-18.6

Läs igenom respektive delkapitel noga innan du börjar lösa övningarna.

Kap 7.9 Differentialekvationerna i uppgifterna 7.9.17, 7.9.19, 7.9.23 går att skriva på formen

$$y' + a(x)y = b(x)$$

därför använder vi integrerande faktor då vi löser dem.

Differentialekvationerna i uppgifterna 7.9.1, 7.9.3, 7.9.7 och 7.9.9 är separerade och kan skrivas på formen

$$g(y)y' = f(x)$$

och löses tex. med det recept som finns beskrivet i Adams sid 446-447.

(7.9.17) Lös med integrerande faktor.

(7.9.19) Demonstration på övning

(7.9.23) Demonstration på övning

Separabla differentialekvationer

(7.9.1) Följ lösningsgången i exempel på föreläsning, eller Adams sid 446-447. Med $g(y) = \frac{1}{y}$ och $f(x) = \frac{1}{2x}$ kan vi skriva differentialekvationen på formen $g(y)y' = f(x)$.

(7.9.3) Se 7.9.1

(7.9.7) Se 7.9.1

(7.9.9) Se 7.9.1

Kap 18.1

18.1.3 Se 18.1.5

18.1.5 Klassificiera

$$y'' + x\sin(x)y' = y$$

* Högsta derivatan är 2, så ordningen på ekvationen är 2.
* Ekvationen är homogen ty $y'' + x\sin(x)y' - y = 0$

* Linjär ty den uppfyller linjäritetsvillkoret:

$$\ell(y_1 + y_2) = \ell(y_1) + \ell(y_2)$$
$$\ell(cy_1) = c\ell(y_1) \text{ , där } c \text{ är en konstant}$$

Låt $\ell(y) = y'' + x\sin(x)y' - y$. Vi har

$$\ell(y_1 + y_2) = (y_1 + y_2)'' + x\sin(x)(y_1 + y_2)' - (y_1 + y_2) =$$
$$= y_1'' + x\sin(x)y_1' - y_1 + y_2'' + x\sin(x)y_2 - y_2 = \ell(y_1) + \ell(y_2)$$

Analogt visas att ekvationen uppfyller även det andra villkoret.

18.1.11 $y = \cos x$ löser differntialekvationen $y'' + y = 0$ ty $y'' + y = -\cos x + \cos x = 0$.

18.5.1 Bryt ut r ur den karakteristiska ekvationen (dvs ett nollställe blir $r = 0$), bestäm sedan nollställen till den kvarvarande andragradsekvationen.

18.5.3 Demonstration på övning

Kap 3.7

Samtliga rekommenderade övningar i kapitel 3.7 löses genom att man sätter upp den karakteristiska ekvationen och bestämmer rötter till denna. Lösningen bestämms sedan utifrån vilka rötter den karakteristiska ekvationen har (2 st. reella, en dubbelrot eller komplexa rötter). Differentialekvationerna i de två sista uppgifterna (3.7.15 och 3.7.24) har begynnelsevillkor och mha dessa bestämmer man konstanternas värden.

3.7.1, 3.7.3, 3.7.7 Se exempel 1-3 på sidan 206 i Adams

3.7.15 Se exempel 1-4 på sidan 206 i Adams

Kap 18.4

18.4.7 (För att kunna lösa högre ordningens differentialekvationer numeriskt skriver man om dem till system av första ordningens ekvationer).
För att göra omskrivningen: Låt $y_1 = y$ och $y_2 = y'$, samt se studio 4 (avsnitt 7) eller F12.

Kap 18.6

18.6.1 Här har vi ett polynom i högerledet, ansätt partikulärlösning enligt polynomreceptet.

18.6.3 Exponent i högerledet. Observera att homogenlösningen är samma som i 18.6.1

18.6.4 Observera att homogenlösningen är samma som för 18.6.1.

18.6.5 Demonstration på övning

18.6.7 Demonstration på övning

18.6.9 Ansätt $y = (A\cos(x) + B\sin(x))e^x$

18.6.10 Ansätt $y = x(A\cos x + B\sin x)e^{-x}$ (e^{-x} finns med i homogenlösningen - därför multipliceras ansatsen med x. Jämför ansatsen i 17.6.9)

18.6.11 Vi har en summa av ett polynom och en exponentialfunktion i högerledet. Linjäriteten gör att du kan betrakta $(4+2x)$ och e^{-x} var för sig när du gör ansatsen.