

Detta blad häftas ihop med svarsbladen. Skrivningstiden är 50 minuter. Kursböckerna är tillåtna hjälpmedel. 5 poäng ger godkänt.

**Linje, namn och födelsedatum:**

1. Bestäm gradienten till

$$f(x, y, z) = \frac{xz^3}{2+y}.$$

I vilken riktning växer  $f$  snabbast i punkten  $(x, y, z) = (1, 1, 1)$  och hur snabbt växer  $f$  i den riktningen. (3p)

2. Antag att funktionen  $f(t)$  är deriverbar. Låt  $t(x, y) = x^2 + xy^2$  och sätt  $u(x, y) = f(t(x, y))$ . Beräkna  $\frac{\partial u}{\partial x}$  och  $\frac{\partial u}{\partial y}$  med hjälp av kedjeregeln och visa att  $u(x, y)$  uppfyller differentialekvationen

$$2xy \frac{\partial u}{\partial x} - (2x + y^2) \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

(3p)

3. Bestäm största och minsta värdet av funktionen

$$f(x, y) = x^2 + \ln(1 + x^2 + y^2)$$

på enhetscirkeln  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

(3p)