Varje uppgift kan ge max 2 poäng. Antal bonuspoäng på sluttentan beräknas som din totala poängsumma på de tre duggorna delat i tre och avrundat till närmsta heltal.
Skrivtid: 40 min.
Hjälpmedel: Inga, bara papper och penna!

Namn, linje, personnummer:

---

1. Låt A vara matrisen nedan. Bestäm alla dess egenvärden och minst en egenvektor hörande till varje egenvärde.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

2. Låt $\mathbb{P}_n$ vara vektorrummet av alla polynom (i en variabel) av grad $\leq n$.

   a) Vad är dimensionen av $\mathbb{P}_n$?

   b) Är avbildningen $A\colon \mathbb{P}_n \to \mathbb{P}_n$ definierad av $A(\mathbf{p}(t)) = \mathbf{p}(t) + 1$ linjär?

   c) Är avbildningen $T\colon \mathbb{P}_n \to \mathbb{R}$ definierad av $T(\mathbf{p}(t)) = \mathbf{p}(0)$ linjär?

3. Låt $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ och $\mathbf{x}$ vara vektorerna

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 15 \\ 14 \\ 13 \end{bmatrix},$$

   och låt H vara underrummet genererat av $\mathbf{v}_1$ och $\mathbf{v}_2$, dvs. $H = \mathrm{span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$.

   a) Är $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ en bas för H?

   b) Ligger $\mathbf{x}$ i underrummet H? Skriv i så fall $\mathbf{x}$ som en linjärkombination av $\mathbf{v}_1$ och $\mathbf{v}_2$.

Lycka till!
Håkan S.