

---

Varje uppgift kan ge max 2 poäng. Antal bonuspoäng på sluttentan beräknas som din totala poängsumma på de tre duggorna delat i tre och avrundat till närmsta heltal.

*Skrivtid:* 40 min.

*Hjälpmedel:* Inga, bara papper och penna!

**Namn, linje, personnummer:**

---

1. Låt  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  och  $\mathbf{u}$  vara vektorerna nedan och låt  $H = \text{Span}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ .

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Beräkna projektionen av  $\mathbf{u}$  på underrummet  $H$ .  
b) Beräkna avståndet mellan  $\mathbf{u}$  och  $H$ .

2. Låt  $\mathcal{C}$  vara den parametriserade kurvan

$$\mathbf{r}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\pi t) \mathbf{i} + \frac{1}{2} (1 - \cos(\pi t)) \mathbf{j} + \frac{1}{2} (1 + \cos(\pi t)) \mathbf{k}.$$

- a) Beräkna båglängdselementet av  $\mathcal{C}$ .  
b) Beräkna längden av  $\mathcal{C}$  mellan punkterna  $(0, 0, 1)$  och  $(0, 1, 0)$ .

3. Låt  $f(x, y) = xy$  och låt  $\mathcal{C}$  vara nivåkurvan  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; f(x, y) = 2\}$ .

- a) Beräkna en normalvektor till  $\mathcal{C}$  i punkten  $(1, 2)$ .  
b) Skriv upp ekvationen för tangentlinjen till  $\mathcal{C}$  i punkten  $(1, 2)$ .
- 

Lycka till!  
Håkan S.