Övningsdugga 1, ALA C 2009/2010

Varje uppgift kan ge max 2 poäng. Antal bonuspoäng på sluttentan beräknas som din totala poängsumma på de tre duggorna delat i tre och avrundat till närmsta heltal.
Skrivtid: 40 min.
Hjälpmedel: Inga, bara papper och penna!

Namn, linje, personnummer:

---

1. Låt A och $\mathbf{v}$ vara matrisen respektive vektorn nedan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -9 \\ 4 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

   a) Verifiera att $\mathbf{x}$ är en egenvektor till A. Vad är det tillhörande egenvärdet?

   b) Beräkna egenrummet hörande till egenvärdet i uppgift a).

2. Bestäm en bas för underrummet H genererat av

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

3. Låt $\mathbb{P}_2$ vara vektorrummet av alla envariabla polynom av grad ≤ 2 och låt $\mathscr{F}$ vara basen $\mathscr{F} = \{1, t, t^2\}$.

   a) Visa att $\mathscr{G} = \{1 + t, t + t^2, 1 + t^2\}$ också är en bas för $\mathbb{P}_2$.

   b) Skriv upp basbytesmatrisen $P_{\mathscr{F} \leftarrow \mathscr{G}}$, dvs. matrisen som transformerar koordinatvektor relativt basen $\mathscr{G}$ till koordinatvektorer relativt basen $\mathscr{F}$.