TMV036c, Analys och linjär algebra, del C, vt 12
Vecko–PM läsvecka 1

Vi inleder kursen med kapitel i Adams som introducerar till funktioner från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}^m$.

Adams: 12.1 Funktionsbegreppet och de begrepp som hänger samman med detta är välkända från tidigare kurser. En reelvärd funktion av en variabel kan åskadliggöras i ett plan. För funktioner från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}^m$ kräver motsvarande grafiska bild $n+m$ dimensioner, besvärligt om $n+m=3$, omöjligt om $n+m>3$. Den "vanliga" grafen ersätts eller kompletteras därför ofta med nivåkurvor eller nivåytor till funktioner.

Adams: 11.1-11.3 I **11.1** introduceras begreppet *vektorvärd funktion*. Här är det bättre att tänka på elementen i $\mathbb{R}^n$ som *punkter* istället för *vektorer*. Om f är en funktion från $\mathbb{R}$ till $\mathbb{R}^2$ så har vi för varje reellt tal t en punkt $f(t) = (x(t), y(t))$ i planet. Då t genomlöper ett interval på t-axeln så kommer punkterna $(x(t), y(t))$ att genomlöpa en kurva i planet (Läs själv om plana parametriserade kurvor i kapitel 8.2). Derivering sker koordinatvis vilket leder till ett antal deriveringsregler, dels de du kan sedan tidigare kurser och dels en del nya. Derivatan har många viktiga tillämpningar, några intressanta fysykaliska finns i kapitel 11.2. Vi tar speccielt upp hastighet och acceleration i 11.1 och kurvlängd i 11.3.

Lay: 5.1, 5.2, 5.5 När händelse förlop av olika slag skall beskrivas (modelleras) matematiskt, leds man mycket ofta till system av differentialekvationer. I enklaste fall är dessa ekvationer linjära. Ofta skrivs differential ekvationer som ett system av första ordningens linjära ekvationer. För att lösa sådana ekvationer använder man begreppen *egenvektor* och *egenvektorer* i linjär algebra som itroduceras i Lay's kapitel **5.1**.
Begreppen *egenvektor* och *egenvärde* är centrala, såväl i matematik som i många tillämpningar. I många problem, matematiska eller tillämpade, är det väsentligt att bestämma en bas för $\mathbb{R}^n$ bestående av egenvektorer till en matris A. Det första steget är då att lösa matrisens karakteristiska ekvation som nämns i **5.2**. Sedan kan man ofta stödja sig på Sats 6 för att bestämma den önskade basen. En viktig tillämpning av detta ges först i **5.3** (och som skall gås igenom nästa vecka), diagonalisering av matriser och senare då diagonaliseringen utnyttjas i olika tillämpningar. Vi kommer att behandla matrispotenser och system av linjära differentialekvationer i **5.7**. Innan du börjar med kapitel **5** i Lay repetera gärna materialet från Kapitel **2.8, 2.9** speciellt bas för nollrum och kolonnrum till matriser.

Mål:

- redogöra för funktionsbegreppen (def. A.12.1), begreppen nivåkurva och nivåyta samt skissa enkla funktionsytor
- derivera vektorvärda funktioner av en variabel genom tillämpning av deriveringsreglerna (sats A.11.1.1)
- skissa plana kurvor utgående från given parametrisering (se även 8.2)
- bestämma parametrisering av sträckor i rummet samt cirkelbågar, ellipser och funktionskurvor i planet (se även 8.2)
- beräkna kurvtangent, hastighet och accelerationsvektor samt fart
- förklara vad som menas med båglängdselement och beräkna längden av kurvor
- bestämma en bas för ett underrum till $\mathbb{R}^n$ och beräkna dess dimension
- definiera begreppen *egenvektor* och *egenvärde*.

- förklara varför lösningarna till den karakteristiska ekvationen till en matris är matrisens egenvärden.
- bestämma reella och komplexa egenvärden och egenvektorer till en matris.
- bevisa sats 2, Lay 5.2

Rekommenderade uppgifter

Avsnitt	Uppgifter
A.12.1	1, 3, 5, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 27
A.8.2	3, 5, 7
A.11.1	1, 3, 7, 11, 17, 19
A.11.3	1, 2, 3, 4, 7, 13, 19
L.2.9	10, 13
L.5.1	1, 3, 5, 9, 11, 15
L.5.2	1, 3, 5, 9, 11
L.5.5	1, 3, 5