TMV036 Analys och Linjär algebra, del C, vt 15
Examination av lärmål

Godkäntnivå

	Mål: Du skall kunna
L.2.9	bestämma en bas för ett underrum till $\mathbb{R}^n$ och beräkna dess dimension
L.5.1	definiera begreppen *egenvektor* och *egenvärde*
L.5.2	förklara varför lösningarna till den karakteristiska ekvationen till en matris är matrisens egenvärden
L.5	bestämma reella och komplexa egenvärden och egenvektorer till en matris
L.5	bestämma egenvektorsbas till en matris
L.5.3	diagonalisera en matris
L.5.3	beräkna potenser av matris med hjälp av diagonalisering
L.5.7	uttnytja matrisdiagonalisering för att lösa system av linjära diffrentialekvationer
L.5.7	skissa lösningarnas trajektorier och tolka bilder av dessa
L.6.1	beräkna skalärprodukten av två vektorer i $\mathbb{R}^n$, tillämpa räknereglerna för skalärprodukt, beräkna norm av en vektor i $\mathbb{R}^n$ och beräkna avståndet mellan vektorer i $\mathbb{R}^n$
L.6.1	avgöra om två vektorer i $\mathbb{R}^n$ är ortogonala
L.6.1	**bevisa Pythagoras sats** i $\mathbb{R}^n$.
L.6.1	förklara vad som menas med $W^{\perp}$ om W är ett underrum i $\mathbb{R}^n$
L.6.1	tillämpa sats 6.1.3 vid problemlösning.
L.6.2	förklara vad som menas med *ortogonal bas* för ett underrum W och tillämpa sats 6.2.5 för beräkning av koordinaterna för en vektor $\boldsymbol{y} \in W$ relativt en ortogonal bas för W.
L.6.2	använda projektionsformeln 6.2.(2) i problemlösning
L.6.2	förklara vad som menas med *ortonormerad bas* för ett underrum W
L.6.2	förklara vad som menas med en ortogonal matris
L.6.4	tillämpa Gram-Schmidt processen för att bestämma en ortogonal bas för ett underrum W i $\mathbb{R}^n$ utgående från en annan bas för W
L.6.5,6	förklara vad som menas med en minstakvadrat-lösning och tillämpa minstakvadrat-metoden för modellanpassning.
L.7.1	tillämpa satserna 1 - 3 i kapitel 7.1 vid problemlösning.
A.12.1	redogöra för funktionsbegreppen (def. A.12.1), begreppen nivåkurva och nivåyta samt skissa enkla funktionsytor
A.11.1	derivera vektorvärda funktioner av en variabel genom tillämpning av deriveringsreglerna
A.11.3	skissa plana kurvor utgående från given parametrisering (se även 8.2)
A.11.3	bestämma parametrisering av sträckor i rummet samt cirkelbågar, ellipser och funktionskurvor i planet (se även 8.2)
A.11.3	beräkna kutvtangent, hastighet och accelerationsvektor samt fart
A.11.3	beräkna längden av kurvor
A.12.2	använda räknereglerna för gränsvärden
A.12.2	förklara vad som menas med att funktion är kontinuerlig
A.12.3	definiera och beräkna partiella derivator
A.12.3	bestämma tangentplan och normallinje till funktionsyta
A.12.4,5	beräkna partiella derivator av högre ordning genom att tillämpa deriveringsregler för funktioner av en variabel samt kedjeregeln
A.12.6	beräkna linjärisering för en reellvärd funktion och utnyttja dessa till approximativ beräkning av funktionsvärden
A.12.6	beräkna Jacobimatrisen för en vektorvärd funktion och utnyttja denna till approximativ beräkning av funktionsvärden
A.12.7	beräkna gradienter och riktningsderivator
A.12.7	bestämma ekvationer för tangentlinje och normallinje till nivåkurva (se sats A:12.7.6)

A.13.1	definiera begreppen lokalt minimum/maximum, sadelpunkt, globalt maximum/minimum, kritisk punkt och singulär punkt
A.13.1	bestämma kritiska/stationära punkter för $f(x, y)$ samt klassificera de kritiska punkterna med hjälp av sats 13.1.3 eller resultat i anteckningar eller remark s.750
A.13.1,2	tillämpa sats 13.1.1 för att bestämma största och minsta värde på kompakt mängd för $f(x, y)$ samt största och minsta värde på randen
A.13	tillämp sats 13.1.1 för att bestämma största och minsta värde på kompakt mängd för $f(x, y)$ samt största och minsta värde på randen
A.13.3	bestämma extremvärden för $f(x, y)$, eller $f(x, y, z)$ under bivillkor $g(x, y) = 0$, eller $g(x, y, z) = 0$, med Lagranges multiplikator metod
A.14.1	känna till och utnyttja dubbelintegralens egenskaper (s. 794) vid problemlösning
A.14.2	beräkna dubbelintegral genom upprepad enkelintegration (sats 14.2.2)
A.14.3	beräkna generaliserade dubbelintegral för $f(x, y) \geq 0$ och därigenom avgöra konvergens/divergens (14.3)
A.14.4	ange sambandet mellan cartesiska och polära koordinater samt beräkna dubbelintegraler m h a polära koordinater
A.14.4	ange hur ett område givet i cartesianska koordinater transformeras vid övergång till andra koordinater och omvänt
A.14.4	känna till vad som menas med att en transformation $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ är ett-ett (s.813)
A.14.4	beräkna dubbelintegraler med hjälp av variabelsubstitution och tillämpning av sats 14.4.4
A.14.5	beräkna trippelintegraler genom upprepad enkelintegration (14.5)
A.14.6	ange sambandet mellan cartesiska och sfäriska(eller rymdpolära) koordinater och uttnytja detta
	för att beräkna trippelintegraler
A.14.6	beräkna trippelintegraler med hjälp av substitution
A.15.1	skissa ett vektorfält i planet, skissa fältlinjer till det och redogöra för sambandet mellan vektorfält och fältlinjer
A.15.1	bestämma fältlinjer till vektorfält i planet
A.15.2	definiera begreppet konservativt vektorfält i ett område och beräkna potential till ett konservativt fält
A.15.2	känna till nödvändiga vilkor för att ett vektorfält skall vara konservativt (sid. 851) och med hjälp av dessa kunna visa att ett givet vektorfält inte är konservativt vektorfält
A.15.2	förklara sambandet mellan nivåkurvor till potential och fältlinjerna till ett konservativt vektorfält
A.15.3	definiera begreppet kurvintegral av ett vektorfält och beräkna sådana integraler
A.15.4	formulera och tillämpa satsen om kurvitegralens oberoende av integrationsvägen
A.15.5	definiera begreppet ytintegral av en funktion över en yta och beräkna sådana integraler då ytan är en parametriserad yta eller av vanligare typ som du själv bör kunna parametrisera
A.15.6	definiera begreppet flödesintegral och beräkna sådana integraler då ytan är parametriserad eller av vanligare typ som du själv bör kunna parametrisera
A.15.3-6	tillämpa kurv- och ytintegral för att bestämma t.ex. längd, arbete, area
A.16.1	beräkna divergens, div$\mathbf{F}$, och rotation, curl$\mathbf{F}$ för ett vektorfält $\mathbf{F}$
A.16.1	formulera sats 16.1.1 om divergensen som flödestäthet
A.16.1	formulera sats 16.1.2 om rotationen som virveltäthet
A.16.2	definiera begreppet källfritt (solenoidal) och virvelfritt (irrotational) vektorfält
A.16.2	tillämpa sats 16.2.4 (tillräckliga villkor för ett vektorfältet skall vara konservativt, se anteckningar)

Överbetygsnivå

L.5.2	**bevisa sats 2**, Lay 5.2
L.5.3	**bevisa sats 5**, Lay 5.3
L.5.7	förklara, med hjälp av variabelbyte, hur diagonalisering av matris leder till allmänna lösningen till ett system av linjära differentialekvationer
L.6.2	**bevisa sats 6.2.4**
L.6.4	förklara varför Gram-Schmidt processen leder till en ortogonalbas
L.6.5	förklara varför minstakvadrat-lösningarna är lösningarna till den normaliserade ekvationen $A^T A\boldsymbol{x} = A^T\boldsymbol{b}$
A.11.3	bestämma parametrisering av snitt av ytor
A.11.3	motivera formeln för beräkning av kurvlängd
A.12.2	definiera begreppet gränsvärde
A.12.2	avgöra om en reellvärd funktion har gränsvärde och beräkna det
A.12.2	avgöra om en funktion är kontinuerlig
A.12.3	definiera begreppet partiell derivata och härleda tangentplanets ekvation
A.12.6	definiera begreppet differentierbar funktion
A.12.6	redogöra för relationerna mellan egenskaperna för en funktion: kontinuerlig, kontinuerliga partiella derivator samt differentierbar
A.12.5,6	formulera och **bevisa kedjeregeln** för $f \circ g$ då $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ och $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
12.6	formulera kedjeregeln på matrisform för $\boldsymbol{g} \circ \boldsymbol{f}$ då $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ och $\boldsymbol{g} : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^k$(se sid. 709)
A.12.7	definiera begreppen gradient och riktningsderivata, redogöra för och bevisa deras egenskaper (sats 12.7.6, sats 12.7.7 samt markerad ruta s 720)
A.13.1	bestämma kritiska/stationära punkter för $f(x, y)$, där ekvationssystemet $\nabla f(x, y) = \mathbf{0}$ är mer komplicerade, samt klassificera de kritiska punkterna
A.13.2	lösa problem enligt godkäntmålen där ekvationssystemen inte är lika enkla (13.2)
A.13.3	motivera Lagranges multiplikatormetod
A.14.1	förklara vad det innebär att f är integrerbar över ett rektangulärt område i planet (s 808 och 809)
A.14.1	utnyttja symmetrier vid beräkning av dubbelintegraler (se t.ex ex. 3 s 811-812)
A.14.3	formulera medelvärdessatsen (sats 14.3.3) för dubbelintegraler
A.14.4	formulera satsen om variabelsubstitution i dubbelintegraler (sid 831)
A.14.4	välja lämplig variabelsubstitution för beräkning av dubbelintegral
A.14.6	välja lämplig variabelsubstitution för beräkning av trippelintegral
A.14.2	beräkna itererad enkelintegral, två/tre variabler, genom att kasta om integrationsordningen (se t.ex. övn. 14.2.15)
A.15.1	bestämma fältlinjer till vektorfält i planet
A.15.4	definiera begreppen *område, sammanhängande område* och *enkelt samanhängande område*
A.15.3-6	motivera definitionerna av begreppen kurvintegral av funktion/vektorfält, ytintegral av en funktion och flödesintegral (till exempel genom att ge exempel på tillämpning och förklaring av varför integraltypen kan utnyttjas i exemplet)
A.16.3	formulera och tillämpa Greens formel (16.3.6)