Tentamen
TMV036c/MVE350 Analys och Linjär algebra K/Kf/Bt/Ki

Examinator: Lyudmila T, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: telefon: 0703 088 304

Hjälpmedel: Inga, ej räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 23 poäng på godkäntdelens två delar sammanlagt. Bonuspoäng från duggor 2014 räknas med, men maximal poäng på denna del är 32.
För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (10p)

2. (a) Beräkna dubbelintegralen (3p)

$$\iint_D (x^2 - y^2)dA$$

där D är det område i andra kvandranten som avgränsas av y-axeln, linjen $y = -x$ och cirkeln $x^2 + y^2 = 1$. (Bra att veta: $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos(2\alpha)$).

(b) Beräkna trippelintegralen (3p)

$$\iiint_K xydV$$

där K är det område i $\mathbb{R}^3$ som begränsas av koordinatplanen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ samt planen $z = 1 - x$ och $y = 1$.

3. Låt

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

(a) A har egenvärdena 6 och 0. Bestäm respektive egenvektorer. (3p)

(b) Finns det en ON-bas i $\mathbb{R}^3$ bestående av egenvektorer till denna matris? Motivera. Bestäm i så fall en sådan. (3p)

4. Låt $f(x, y) = 6xy - 2x^3 - 3y^2$ och $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 2\}$. (5p)

(a) Bestäm alla kritiska punkter till $f(x, y)$ i R.

(b) Bestäm största värde som $f(x, y)$ antar på randen av rektangeln R.

(c) Bestäm största värde som $f(x, y)$ antar på R. Motivera väl.

5. Låt $\boldsymbol{F}(x, y) = (\sin x + 3y^2 + x^5)\boldsymbol{i} + (2x - e^{y^2} + y)\boldsymbol{j}$. (5p)

(a) Undersök om kraftfältet $\boldsymbol{F}$ är konservativt.

(b) Med hjälp av Greens formel beräkna kurvintegralen $\oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, där C är den positivt orienterade randen till triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(2, 0)$ och $(1, 1)$.

(c) Har kurvan $\int_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ samma värde för alla styckvis glatta kurvor C med begynnelsepunkt i $(2, 0)$ och slutpunkt i $(0, 0)$. Motivera Ditt svar.

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

Endast om man ligger enstaka poäng från godkänt och presterat riktigt bra på någon av följande uppgifter kan poäng på denna del räknas in för att nå godkäntgränsen. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

5. Bestäm det största och minsta värdet av funktionen $f(x,y,z) = x$ på skärningen mellan planet $z = x + y$ och ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 8$.

6. Två parallella plan skär en sfär. Visa att arean av den del av sfären som ligger mellan planen beror endast på sfärens radie och avståndet mellan planen (du behöver bl.a. parametrisera den delen av sfären). (6p)

7. (a) Antag att A är en kvadratisk matris och att man ha två egenvektorer till denna. Visa att om egenvektorerna svarar mot olika egnevärde så är de icke parallella. (4p)

(b) Vad menas med Hessianen $\mathcal{H}(a,b)$ till en funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ i punkten (a,b)? Låt (a,b) vara en kristisk punkt till f. Hur kan man med hjälp av egenvärden till $\mathcal{H}(a,b)$ avgöra om funktionen f har lokalt maximum, lokalt minimum eller sadelpunkt i (a,b)? (2p)

Lycka till!
Lyudmila T

Anonym kod	TMV036c/MVE350 Analys och Linjär algebra K/Kf/Bt/Ki

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Skissa nivåkurvor till ytan $z = 4 - x^2 - y^2$ samt själva ytan. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Låt C vara den del av sinuskurvan $y = \sin x$ där $0 \leq x \leq 2\pi$. Ställ upp en integral som ger längden på kurvan C (Du behöver inte beräkna integralen). (2p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Betrakta de tre punkterna $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 0)$. Bestäm den räta linje som i minsta kvadratmetodens mening bäst anpassar till de tre punkterna. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Ange en ekvation för tangentplanet till ytan $z = \sin(x^2 - y^2) + \cos(\pi x)$ i $(2, -2, 1)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....