Tentamen
TMV036c/MVE350 Analys och Linjär algebra K/Kf/Bt/Ki

Examinator: Lyudmila T, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: telefon: 0703 088 304

Hjälpmedel: Inga, ej räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 23 poäng på godkäntdelens två delar sammanlagt. Bonuspoäng från duggor 2014 räknas med, men maximal poäng på denna del är 32.
För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (11p)

2. (a) Matrisen (5p)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

har egenvärdena 1 och -1. Bestäm respektive egenvektorer. Ge argument som visar att A är diagonaliserbar.
Ange en matris P som diagonaliserar A och ange motsvarande diagonalmatris D, dvs $A = PDP^{-1}$.

3. Vektorerna $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ och $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ spänner upp ett underrum H i $\mathbb{R}^4$.

(a) Bestäm en ortogonal bas för H. (3p)

(b) Bestäm ortogonala projektionen av vektorn $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ på H. (2p)

4. Använd Lagranges multiplikatormetod för att bestämma största och minsta avståndet från ellipsen $13x^2 + 13y^2 + 10xy = 72$ till origo. (5p)

5. (a) Vilket av följande vektorfält är konservativt? Hitta en potential för det konservativa vektorfältet (3p)

$$(a)\ \boldsymbol{F}_1(x,y) = (2xy+2x)\boldsymbol{i} + x^2\boldsymbol{j} \quad (b)\boldsymbol{F}_2(x,y) = 2xe^y\boldsymbol{i} + (x^2e^y + x)\boldsymbol{j}$$

(b) Räkna ut integralen $\oint_C \boldsymbol{F}_2(x,y)dr$, där C är en positivt orienterad cirkel med centrum i $(1,1)$ och radien 1. (3p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

Endast om man ligger enstaka poäng från godkänt och presterat riktigt bra på någon av följande uppgifter kan poäng på denna del räknas in för att nå godkäntgränsen. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

5. Bestäm en ekvation för tangentlinjen till skärningskurvan mellan de två ytorna $z = 1 - x^2 + y^2$ och $yz^2 - x = 1$ i punkten $(-1/2, 1/2, 1)$. (6p)

6. Beräkna det totala flödet av hastighetsfältet $\boldsymbol{F} = y\boldsymbol{i} - x\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ genom den del av konen $z^2 = x^2 + y^2$ där $0 \leq z \leq 2$ i riktning in mot z-axeln, genom att (6p)

(a) använda definitionen av ytintegral (du behöver då bl.a. parametrisera ytan och bestämma normalvektor i varje punkt på ytan)

(b) tillämpa Gauss divergens sats på lämplig sluten yta.

7. Låt $\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_k$ vara parvis ortogonala nollskilda vektorer i $\mathbb{R}^n$. Visa att om $W = \text{span}\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_k\}$ så är $\dim W = k$. Du skall inte hänvisa till ett resultat som vi har bevisat i kursen, Du måste bevisa det. (6p)

Kan det finnas fem parvis ortogonala nollskilda vektorer i $\mathbb{R}^4$? Motivera väl.

Lycka till!
Lyudmila T

Anonym kod	**TMV036c/MVE350 Analys och Linjär algebra K/Kf/Bt/Ki**

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm riktningsderivatan av $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy$ i punkten $(1,1)$ i riktningen $\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm kritiska punkter till $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy$ och bestäm karaktär för en av dem. Valet är Ditt. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Beräkna arean av ytan Y: $r = r(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v)) = (u^2, 2uv, 2v^2)$, där $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 2$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Låt A vara en 2×2- matris för vilken vektorerna $\boldsymbol{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ och $\boldsymbol{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ är egenvektorer med respektive egenvärden $1/2$ och 1. Bestäm matrisen A. (3p)

Lösning:

Svar: ....