Tentamen
TMV036c/MVE350 Analys och Linjär algebra K/Kf/Bt/Ki

2015-08-24 08.30–12.30

Examinator: Lyudmila T, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: Timo Hirscher, telefon: 0703 088 304

Hjälpmedel: bifogat formelblad, ej räknedosa

För godkänt på tentamen krävs antingen minst 23 poäng på godkäntdelens två delar sammanlagt. Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med, men maximal poäng på denna del är 32.
För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamens två delar.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (10p)

2. Låt $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$.

(a) Hitta alla kritiska punkter till $f(x,y)$. (2p)

(b) För **en** av dem ange dess karaktär (lokal maximum, lokal minimum, sadelpunkt). (2p)

3. (a) Beräkna arean av den del av ytan $z = x^2 + y^2 + 1$ som ligger innanför cylindern $x^2 + y^2 = 9$. (3p)

(b) Beräkna trippelintegralen (3p)

$$\iiint_K (1+z)dV,$$

där K är den del av enhetsklotet som ges av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

4. (a) Definiera begreppet egenvärde och egenvektorer för en kvadratisk matris. (2p)

(b) Låt (4p)

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -9 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Bestäm A:s egenvärden och egenvektorer. Är A diagonaliserbar? Motivera väl.

5. Betrakta det konservativa vektorfältet $\boldsymbol{F}(x,y,z) = (2x\sin y)\boldsymbol{i} + (x^2\cos y - 2ye^z)\boldsymbol{j} - (y^2e^z)\boldsymbol{k}$. Bestäm en potential för $\boldsymbol{F}$ och beräkna $\int_C \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$, där C är den raka sträckan från $(0,1,1)$ till $(1,0,1)$. (6p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

Endast om man ligger enstaka poäng från godkänt och presterat riktigt bra på någon av följande uppgifter kan poäng på denna del räknas in för att nå godkäntgränsen. Normalt krävs för poäng på uppgift att man redovisat en fullständig lösningsgång, som i princip lett, eller åtminstone skulle kunnat leda, till målet.

6. Ange på formen $x = g(y)$ den kurva i planet som går genom $(3, 1)$ och är vinkelrät mot alla nivåkurvor till $f(x, y) = 2y^4 + x$. (6p)

7. Bestäm de punkter på skärningskurvan mellan paraboloiden $z = x^2 + y^2$ och planet $x + y + z = 12$ som ligger närmast respektive längst från origo. Motivera väl. (6p)

8. Formulera och bevisa kedjeregeln för $f \circ g$, då $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ och $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Förklara noggrant varje steg i beviset som var differentierbarhet av f används samt var existens av derivatan för funktionen g utnyttjas. (6p)

Lycka till!
Lyudmila T

Anonym kod	TMV036c/MVE350 Analys och Linjär algebra K/Kf/Bt/Ki	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm definitionsmängden till funktionen $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2-4}$. Skissa nivåkurvor till $f(x,y)$ samt ytan $z=\sqrt{x^2+y^2-4}$. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Låt $f(x,y)=e^{y^2-x}+x\sin(x-y^2)$. Ange följande: (3p)

i. linjäriseringen av $f(x,y)$ i $(4,2)$

ii. en ekvation för tangentplanet till ytan $z=f(x,y)$ i $(4,2,1)$;

iii. en normalvektor till nivåkurvan till $f(x,y)$ genom punkten $(4,2)$.

Lösning:

Svar: ....

(c) En partikel rör sig längs kurvan $\boldsymbol{r}(t)=(\sin t, t^2, t^6-e^t)$. Bestäm den punkt där hastigheten är $(1,0,-1)$ och beräkna accelerationen i denna punkt. (2p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Vektorerna $\boldsymbol{v}_1=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$ och $\boldsymbol{v}_2=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1 & 0\end{bmatrix}^T$ utgör en bas för ett underrum W i $\mathbb{R}^4$. Bestäm en ortogonal bas för W samt koordinaterna av $\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}2 & 1 & -1 & 0\end{bmatrix}^T$ i den ortogonala basen. (3p)

Lösning:

Svar: ....