MATEMATIK
Chalmers Tekniska Högskola

Skriv namn och personnummer på varje inlämnat papper,dessutom linje och inskrivningsår på omslaget.

Tentamensskrivning:
TMV050 Transformer och matematisk programvara I
Datum: 2006-08-23 kl 8.30-12.30
Hjälpmedel: Formelblad (bifogas),typgodkänd räknare
Telefonvakt: Jonatan Vasilis 0762-721860

Observera att alla lösningar skall motiveras om inte annat sägs. Lösningar läggs in på kursens hemsida efter tentan. Skrivningarna beräknas vara färdigrättade den 11:e september. Rättningen kan från dagen därpå granskas på expeditionen i Matematiska vetenskaper. Denna har öppet varje vardag 8.30-13. För betyget 3 krävs 25p, för betyget 4 krävs 32p och för betyget 5 krävs 40p. Lycka till!

1. (a) Visa att den trigonometriska fourierserien för $f(t) = t^2$ på intervallet $[-\pi, \pi]$ är (4p)

$$\frac{\pi^2}{3} - 4\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2} \cos kt.$$

   (b) Bestäm med hjälp av påståendet i (a) summan av $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2}$. (1p)

   (c) Bestäm också med hjälp av med hjälp av (a) summan av $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$. (1p)

   (d) Bestäm också med hjälp av med hjälp av (a) summan av $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$. (2p)

2. Bestäm med hjälp av laplacetransformering den funktion $y(t)$ som uppfyller

$$y'(t) + 5y(t) + 6\int_0^t y(u)\,du = e^{-t}$$

   med $y(0) = 1$. (6p)

3. Bestäm den lösning till differensekvationen

$$y_{n+2} - 2y_{n+1} + 2y_n = n,\ n = 0, 1, 2, \ldots$$

   som uppfyller $y_0 = y_1 = 1$. (6p)

4. Lös differentialekvationen (6p)

$$y'(t) + y(t) = \delta(t) + H(t-1) \text{ med } y(0) = 0.$$

   Som vanligt är $H(t)$ Heavisides stegfunktion.

5. Antag att för ett diskret linjärt system gäller att impulssvaret är följden $\{0.5^n\}$. Vad blir då utsignalen om man sänder följden $\{0.8^n\}$ som insignal? (6p)

VÄND!

6. Bestäm talen a, b, c så att integralen

$$\int_0^1 (x - a - b\cos(\pi x) - c\cos(2\pi x))^2 \, dx$$

är så liten som möjligt. (6p)

7. (**Teoriuppgift**)

   (a) Definiera vad som menas med konvergensradie för en potensserie $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$. (1p)

   (b) Bevisa det resultat i boken som säger att om en potensserie $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ konvergerar i en punkt $x_0 \neq 0$ så konvergerar den för alla x sådana att $|x| < |x_0|$. (5p)

8. **Tilläggsuppgift, bara för den som inte gjort alla datorlabbarna.**

   (a) Bestäm konvergensradien för potensserien (3p)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n + n^2}.$$

   (b) Bestäm konvergensradien för potensserien (3p)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2^n}.$$

   Bestäm också seriens summa för de x för vilka serien konvergerar.

/J-E A