

REPETITIONSFRÅGOR MATEM. METODER E2, fk, DEL B (2003)

- 1a)** Vad är en distribution? **b)** Vad menas med svag konvergens?
c) Visa $\theta' = \delta$. **d)** Visa $\hat{\delta} = 1$ och $\hat{1} = 2\pi\delta(\omega)$.
- 2)** Visa för Laplacetransformer **a)** $\theta(t) \supset \frac{1}{s}$, **b)** $t^n f(t) \supset (-1)^n F^{(n)}(s)$,
c) $\cos at \supset \frac{s}{s^2 + a^2}$, **d)** $e^{-at} f(t) \supset F(s + a)$, **e)**
 $f(t - T)\theta(t - T) \supset e^{-Ts} F(s) \ (T \geq 0)$.
- 3)** Visa för Fouriertransformer **a)** $f(t - T) \supset e^{-j\omega T} \hat{f}(\omega)$, $T \in \mathbb{R}$, **b)** $\bar{f}(t) \supset \hat{f}(-\omega)$,
c) $e^{j\Omega t} f(t) \supset \hat{f}(\omega - \Omega)$, $\Omega \in \mathbb{R}$, **d)** $g(\omega) \subset f(t) \Rightarrow g(t) \supset 2\pi f(-\omega)$,
e) $f(at) \supset \frac{1}{|a|} \hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right)$, $0 \neq a \in \mathbb{R}$, **f)** $\theta(t) \supset \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$, **g)** $\text{sgnt} \supset \frac{2}{j\omega}$.
- 4)** Härled Plancherels formler.
- 5)** Visa för z-transformer **a)** $\delta[n] \supset 1$, **b)** $\theta[n] \supset \frac{z}{z-1}$, **c)**
 $c^n x[n] \supset X\left(\frac{z}{c}\right) \ (c \neq 0)$,
d) $x[n - N] \supset z^{-N} X(z) \ (N \in \mathbb{Z})$.
- 6a)** Definiera faltningen $f * g$ för tidskontinuerliga resp. för tidsdiskreta signaler.
b) Visa faltningssatsen för Fouriertransformer resp. för z-transformer.
c) Visa $f_T = f * \delta_T$, $f^{(n)} = f * \delta^{(n)}$ för tidskontinuerliga signaler f .
d) Visa $x_N = x * \delta_N$ för tidsdiskreta signaler x .
e) Varför är faltningen en så viktig och nyttig operation, ffa i samband med filter?
- 7)** $\mathbf{F}$ är ett tidskontinuerligt resp. ett tidsdiskret filter.
a) Vad menas med att $\mathbf{F}$ är linjärt, resp. tidsinvariant?
b) Visa att $\mathbf{F}$ är linjärt och tidsinvariant om och endast om $\mathbf{F}$ är ett faltningsfilter
 $\mathbf{F} : x \mapsto h * x$, där $h = \mathbf{F}(\delta)$. Vad kallas h ? (obs: 2 frågor: tidskontin. resp. diskret)
- 8)** $\mathbf{F}$ är ett tidskontinuerligt LTI-filer, resp. ett diskret LTI-filer.
a) Vad menas med att $\mathbf{F}$ är kausalt, resp. stabilt? Vad innebär stabilitet?
b) Visa att om $\mathbf{F}$ är stabilt och h reellvärd så gäller:
b1) i det tidskontinuerliga fallet:
 $\mathbf{F}(e^{j\omega t}) = \hat{h}(\omega)e^{j\omega t}$, $\mathbf{F}(\cos \omega t) = A(\omega)\cos(\omega t + \Phi(\omega))$.
Definiera $A(\omega)$ och $\Phi(\omega)$. Vad kallas $\hat{h}(\omega)$, $A(\omega)$ och $\Phi(\omega)$?
b2) i det tidsdiskreta fallet:
 $\mathbf{F}(e^{j\alpha n}) = H(e^{j\alpha})e^{j\alpha n}$, $\mathbf{F}(\cos n\alpha) = A(\alpha)\cos(n\alpha + \Phi(\alpha))$.
Definiera $A(\alpha)$ och $\Phi(\alpha)$. Vad kallas $H(e^{j\alpha})$, $A(\alpha)$ och $\Phi(\alpha)$?
- 9)** Vad är ett ortogonalsystem i (a, b) ? Vad är ett S-L-problem?