Övningar till transformer (de flesta från Jan Petersson's Fourieranalys)

övningar till Laplacetransformen

Lt1. Laplacetransformera

a) $(t-2)q(t)$ b) $(t-2)^2q(t)$ c) $tq(t-2)$ d) $\sinh(at)q(t)$ e) $\cosh(at)q(t)$

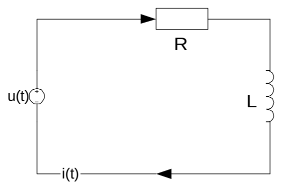
f) $\left(t^2-1\right)e^{2t}q(t)$ g) $e^{-3t}\sin(2t)q(t)$ h) $t\sin(2t)q(t)$ i) $te^{-t}(\cos t)^2q(t)$

j) $f(t)=\begin{cases} tq(t), & t<3 \\ 3\,, & t\geq 3 \end{cases}$ k) $\dfrac{\sin(at)}{t}q(t)\ \ (a>0)$ l) $\displaystyle\int_0^t \frac{\sin x}{x}\,dx \quad (t\geq 0)$.

Lt2. Inverstransformera

a) $\frac{s}{(s+2)^2}$ b) $\frac{6}{s^4+5s^2+4}$ c) $\frac{s}{\left(s^2+1\right)(s+1)^2}$ d) $\frac{1}{(2s+3)^4}$ e) $\frac{1}{\left(s^2-3s+2\right)e^{2s}}$.

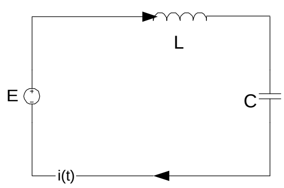
Lt3. En spole med resistansen R och induktansen L är kopplad till en generator vars polspänning är $u(t)=E(q(t)-q(t-T))\ (E,T>0)$.
Strömmen $i(t)$ genom spolen satisfierar då
$(DE)\ Ri(t)+Li'(t)=u(t)\ \ (t\in I\!R)$.
Beräkna strömmen $i(t)\ \ (t\in I\!R)$.
Beräkna även $i(t)$ då $T\to 0,\ E\to\infty,\ ET=Li_0$ (konstant).



Lt4. Lös problemet

$$Li'(t)+\tfrac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt = E,\ i(0)=0\ \ (t\geq 0)$$

$(E,L,C\ \text{konstanter}>0)$.



Lt5. Beräkna $x(t)$ och $y(t)$ ur ekvationssystemet

a) $\begin{cases} x'(t)-y(t)=\delta(t) \\ y'(t)-x(t)=\theta(t) \end{cases},\quad x(t)=y(t)=0\ \text{för}\ t<0$

b) $\begin{cases} x''(t)\ +\ 2y(t)\ =\ \delta(t) \\ 2x''(t)+x(t)-2y''(t)=\delta(t) \end{cases},\quad x(t)=y(t)=0\ \text{för}\ t<0$.

övningar till Fouriertransformen

Ft1. Fouriertransformera $f(t)=e^{-|t|}\operatorname{sgn} t$, bestäm f:s amplitudspektrum och beräkna $\int_0^\infty \frac{x\sin x}{1+x^2}\,dx$.

Ft2. Fouriertransformera $f(t)=(q(t+p)-q(t-p))\sin t$ och beräkna $\int_0^\infty \frac{\sin^2(px)}{1-x^2}\,dx$ och $\int_0^\infty \frac{\sin(px)\sin\left(\frac{p}{2}x\right)}{1-x^2}\,dx$.

Ft3. Inverstransformera $\hat f(w)=(1-|w|)(q(w+1)-q(w-1))$ och beräkna $\int_{-\infty}^\infty \frac{\sin^2 x}{x^2}\,dx$.

Ft4. Beräkna $\int_{-\infty}^\infty f(t)\,dt$ och $f(0)$, då f är en kontinuerlig funktion med Fouriertransformen $\hat f(w)=\frac{w^2}{1+w^6}$.

Ft5. Beräkna $\int_{-\infty}^\infty f(t)\,dt$ och $\int_{-\infty}^\infty f(t)e^{jt}\,dt$, då $\hat f(\omega)=\left(2-2j\omega-\omega^2\right)^{-1}$. Bestäm även f:s amplitudspektrum och f:s fasspektrum.

Ft6. Fouriertransformera $f(t)=\int_{-1}^{2}\frac{1+jw}{2+w}e^{jwt}\,dw$ och beräkna $\int_{-\infty}^\infty f(t)\,dt$.

Ft7. Fouriertransformera resp. inverstransformera

a) $\frac{3t-1}{t^2+4}$ b) $\frac{1}{(t^2+2t+2)(t^2+2t+5)}$ c) $\frac{1}{t-j}$ d) $\frac{\omega-4}{\omega^2+4\omega+13}$ e) $(jw-1+2j)^{-1}$

f) $(jw-1+2j)^{-2}$ g) $\frac{\sin 2w}{w^2+1}$.

Ft8. Inverstransformera $\frac{w}{(w^2+1)(w^2+2w+2)}$ och beräkna $\int_{-\infty}^\infty \frac{x\cos x}{(x^2+1)(x^2+2x+2)}\,dx$.

Ft9. Inverstransformera $w\,e^{-w^2}$ och beräkna $\int_{-\infty}^\infty x e^{-x^2}\sin x\,dx$.

Ft10. Beräkna a) $\int_0^\infty \frac{\sin^2(px)}{(1-x^2)^2}\,dx$ (använd Ft2) b) $\int_0^\infty \frac{(1-\cos x)^2}{x^4}\,dx$ (använd Ft3).

Ft 11. Signalen $x(t) = e^{-t}q(t)$ är given.

a) Beräkna signalens totala energi.
b) Hur stor del av energin ligger i frekvensbandet $|w| < 1$?
c) Hur stor del av energin ligger i frekvensbandet $|w| > \sqrt{3}$?
d) Hur stor del av energin ligger i tidsintervallet $t > \ln 2$?

Ft 12. En elektrisk generator med polspänningen $e^{-t}q(t)$ lämnar strömmen $e^{-2t}q(t)$ (SI-enheter genomgående).

a) Beräkna totala energin, som levereras av generatorn.
b) Hur stor del av denna energi motsvarar frekvenskomponenter < 0.5 Hz?

Ft 13. Beräkna a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$ c) $\int_{0}^{\infty} \frac{\sin x}{x} e^{-x} dx$.

Ft 14. Fouriertransformera

a) $(3t - 3^t)d(t)$ b) $\sin^2 t - 2d(t)$ c) t^n $(n \in I\!N)$ d) $|t|$ e) $\frac{t^4 - t}{t^2 - 1}$ f) $\frac{1}{t^2(1 + jt)}$.

Ft 15. Beräkna $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt$ (Ft 13b) genom att

a) Fouriertransfomera $\frac{\sin^2 t}{t^2}$ b) använda Plancherel på $f(t) = \frac{1}{t^2}$, $g(t) = \sin^2 t$.

Ft 16. Fouriertransformera (inverstransformera) med hjälp av Laplacetransformen

a) $t^n e^{-at} q(t)$ b) $\frac{1}{2 + jw}$ c) $e^{at} q(-t)$ d) $\frac{1}{(1 - jw)^{n+1}}$ $(a > 0, n \in I\!N)$.

övningar till faltning

Fa 1. Beräkna faltningsprodukten

a) $e^t * (e^{-t}q(t))$ b) $t * (e^{-t}q(t))$ c) $e^{2t} * (tq(t))$ d) $(e^t q(t)) * (e^{-t}q(t))$

e) $(e^t q(-t)) * (e^{-t}q(t))$ f) $(e^t q(t)) * (\cos(t) q(t))$ g) $1 * e^{-|t|}$ h) $\frac{1}{1 + jx} * \frac{1}{1 - jx}$

i) $1 * x$ j) $e^{-|t|} * \sin(W t)$ k) $d'''(x) * d''(x)$ l) $1 * \frac{x}{\sqrt{1 + x^6}}$ m) $x^2 * \left(xe^{-x^6}\right)$

n) $|2t| * e^{-|2t|}$ o) $\frac{1}{a\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2a^2} * \frac{1}{b\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2b^2}$ $(a > 0, b > 0)$.

Fa 2. Funktionen f har Fouriertransformen $\hat{f}(w) = (1 + w^6)^{-1}$. Beräkna

a) $f(t) * e^{jWt}$ b) $f(t) * \sin t$ c) $f(t) * 1$.

Fa3. Visa att följande ekvationer är faltningsekvationer $y(t) * k(t) = f(t)$:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-|t-t|}dt = 2y(t) - e^{-2|t|}$ b) $y(t) - y(t-1) = \sin t$ c) $y''(t) - y(t) = q(t)$

d) $y(t) = d(t) + 2\int_{1}^{\infty} \frac{y(t-t)}{t} dt$ e) $y''(t) = 1 + \int_{-p}^{p} y(t-t)\cos^2 t \, dt$.

Fa4. Lös ekvationerna

a) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2|x-y|} f(y)\, dy = \frac{16}{15} f(x) + e^{-2|x-1|}$

b) $y(t) = 0$ då $t < 0$, $y(t) = 2\sin t + \int_{0}^{t} y(t)\sin(t-t)\, dt$ då $t \geq 0$

c) $y(t) = 0$ då $t < 0$, $y(t) = \sin t + 2\int_{0}^{t} y(t-t)\cos(t)\, dt$ då $t \geq 0$.

övningar till tidskontinuerliga filter

Fi1. Avgör om följande filter $x \mapsto y$ är linjära, resp. tidsinvarianta.
Bestäm impulssvaret och frekvensöverföringsfunktionen för LTI-filtren och avgör om de är kausala resp. stabila.

a) $y(t) = x(t)\cos(Wt)$ b) $y(t) = \cos(Wt + x(t))$ c) $y(t) = x(t+2)$

d) $y(t) = x(t-2)$ e) $y(t) = 1 + x(t)$ f) $y(t) = x'(t) - 3x(t-1)$

g) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t)\, dt$ h) $y(t) = \int_{0-}^{t} x(t)\, dt$.

Fi2. Bestäm överföringsfunktionen, impussvaret och stegsvaret för följande kausala filter med tillståndsekvationen

a) $y'(t) = x(t)$ b) $y'(t) - y(t) = x(t)$ c) $y'(t) + y(t) = x(t)$

d) $y''(t) + y(t) = x'(t)$ e) $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x''(t) + x(t)$

f) $(D^2 - 1)y(t) = D^3 x(t)$ g) $(D^4 + 2D^2 + 1)y(t) = Dx(t)$

h) $(D^2 + 4)y(t) = Dx(t)$ i) $Dy(t) = (D^2 + 4)x(t)$.

Bestäm även för de stabila filtren svaret på $\sin w t$.

Fi3. Ett kausalt LTI-filter ger utsignalen $q(t)\,e^{-t}$ då insignalen är $q(t)\sin t$.
Bestäm utsignalen då insignalen är

a) $d(t)$ b) $d'(t)$ c) $\sin t$ d) $\sin 2t$ e) $q(t)\cos t$ f) t^2.

Fi4. Ett kausalt filter har tillståndsekvationen $y'(t)+y(t)=x'(t)-x(t)$. Bestäm impulssvaret, stegsvaret, svaret på $\cos w\,t$ och en insignal som ger utsignalen $e^{-|t|}$.

Fi5. För ett LTI-filter $\mathscr{F}$ gäller $\mathscr{F}\left(\frac{1}{1+t^2}\right)=\frac{t^2}{1+t^2}$. Beräkna $\mathscr{F}\left(e^{-t^2}\right)$.

Fi6. Ett kausalt LTI-filter har överföringsfunktionen $H(s)=\frac{s^2+2}{s^3+3s^2+6s+4}$.

a) Är filtret stabilt? Ange filtrets tillståndsekvation.

b) Beräkna svaret på $\sin t+\sin\sqrt{2}t$ och på $\left(\sqrt{2}\cos\sqrt{2}\,t+\sin\sqrt{2}\,t\right)q(t)$.

övningar till Fourierserier

Fs1. Funktionen f har perioden 2 och $f(t)=1-|t|$ då $|t|\le 1$.
Utveckla f i Fourierserie på sinus-cosinusform genom att först utveckla f''.

Fs2. Funktionen x har perioden 2 och $x(t)=1+d(t)$ då $|t|\le 1$.

a) Utveckla x i komplex Fourierserie.

b) Bestäm en periodisk partikulärlösning till differentialekvationen
$y'(t)+y(t)=x(t)$ i form av en komplex Fourierserie och
i form av en Fourierserie på amplitud-fasvinkelform.

Fs3. Funktionen x har perioden 2 och $x(t)=2t-t^2$ då $0\le t<2$.
Bestäm i form av en komplex Fourierserie den 2-periodiska lösningen till differentialekvationen $y''(t)+y'(t)+2y(t)=x(t)$.

Fs4. Låt $\mathscr{F}$ vara ett LTI-filter med frekvensöverföringsfunktionen $\hat{h}(w)$.

a) Visa att utsignalen till en T-periodisk insignal är T-periodisk.

b) Bestäm svaret på $x(t)$ då x har period 2, $x(t)=1-q(t-1)$, $0<t<2$
och $\hat{h}(w)=q(w+9)-q(w-9)$.

c) Bestäm svaret på impulståget $\sum_{n=-\infty}^{\infty} d'(t-n)$ i form av en komplex Fourierserie
då $\hat{h}(w)=\left(1+w^4\right)^{-1}$.

övningar till ortogonalsystem

Os 1. Undersök om funktionerna u, v är ortogonala i $L_2(0,1)$ då

a) $\begin{cases} u(t) = t \\ v(t) = 1 - t \end{cases}$ b) $\begin{cases} u(t) = 1 \\ v(t) = 1 - 2t \end{cases}$ c) $\begin{cases} u(t) = \sin \pi t \\ v(t) = \cos \pi t \end{cases}$ d) $\begin{cases} u(t) = \sin \pi t \\ v(t) = \cos 2\pi t \end{cases}$.

Os 2. Lös problemet $\begin{cases} u''_{xx} = \frac{1}{\kappa} u'_t, \quad 0 < x < 1, t > 0 \\ u'_x(0,t) = u(1,t) = 0, \quad u(x,0) = f(x) \end{cases}$ då

a) $f(x) = 1 - x$ b) $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2} x)$.

[$u(x,t)$ är temperaturfördelningen i en rak jämtjock stav av längden 1 med isolerad mantelyta utan inre värmekällor. Temperaturen vid tiden $t = 0$ är $f(x)$. För $t > 0$ hålles begränsningsytan $x = 1$ vid temperaturen 0 medan begränsningsytan $x = 0$ är isolerad].

Os 3. Lös problemet $\begin{cases} u''_{xx} = \frac{1}{\kappa} u'_t, \quad 0 < x < L, t > 0 \\ u'_x(0,t) = u'_x(L,t) = 0, \quad u(x,0) = \frac{50}{L}(L + x) \end{cases}$.

[$u(x,t)$ är temperaturfördelningen i en prismatisk stav av längden L med isolerad mantelyta utan inre värmekällor. Begränsningsytan $x = 0$ hålles vid temperaturen 50^{o} och ytan $x = L$ vid temperaturen 100^{o}. Vid tiden $t = 0$, då stationärt tillstånd anses ha inträtt, isoleras båda ytorna].

Os 4. Lös problemet $\begin{cases} u''_{xx} + u''_{yy} = 0, \quad 0 < y < 1, x > 0 \\ u'(x,0) = u(1,0) = 0, \quad u(0,y) = f(y) \end{cases}$.

[$u(x,y)$ är den stationära temperaturfördelningen i området $x > 0, 0 < y < 1, 0 < z < 1$ utan inre värmekällor, där ytorna $z = 0$ och $z = 1$ är isolerade, ytorna $y = 0$ och $y = 1$ har temperaturen 0^{o} och ytan $x = 0$ har temperaturen $f(y)$].

svar

Lt1	a) $\frac{1-2s}{s^2}$ b) $\frac{2-4s+4s^2}{s^3}$ c) $\frac{1+2s}{s^2}e^{-2s}$ d) $\frac{a}{s^2-a^2}$ e) $\frac{s}{s^2-a^2}$ f) $\frac{2}{(s-2)^3}-\frac{1}{s-2}$ g) $\frac{2}{s^2+6s+13}$ h) $\frac{4s}{(s^2+4)^2}$ i) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{(s+1)^2}+\frac{s^2+2s-3}{(s^2+2s+5)^2}\right)$ j) $\left(1-e^{-3s}\right)s^{-2}$ k) $\frac{p}{2}-\arctan\frac{s}{a}$ l) $\frac{1}{s}\left(\frac{p}{2}-\arctan s\right)$
Lt2	a) $(1-2t)e^{-2t}q(t)$ b) $(2\sin t-\sin 2t)q(t)$ c) $\frac{1}{2}\left(\sin t-te^{-t}\right)q(t)$ d) $\frac{1}{96}t^3e^{-\frac{3}{2}t}q(t)$ e) $\left(e^{2t-4}-e^{t-2}\right)\theta(t-2)$
Lt3	$i(t)=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)q(t)-\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}(t-T)}\right)q(t-T)$, vid gränsövergången: $u(t)=Li_0d(t)$, $i(t)=i_0e^{-\frac{R}{L}t}q(t)$
Lt4	$i(t)=\frac{E}{WL}\sin Wt\ \left(W=\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)$
Lt5	a) $x(t)=(2\cosh t-1)q(t)$, $y(t)=2q(t)\sinh t$ b) $x(t)=q(t)\sin t$, $y(t)=\frac{1}{2}q(t)\sin t$
Ft1	$\hat{f}(w)=-\frac{2jw}{1+w^2}$, $A(w)=\frac{2\lvert w\rvert}{1+w^2}$, integralen är $\frac{p}{2e}$
Ft2	$\hat{f}(w)=\frac{2j\sin pw}{w^2-1}$, 0, $\frac{p}{2}$
Ft3	$\frac{1-\cos t}{p\ t^2}$, p
Ft4	$f(0)=\frac{1}{6}$, integralen är 0
Ft5	$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}(1-2j)$, $A(w)=\frac{1}{\sqrt{4+w^4}}$, $f(w)=\begin{cases}\arctan\frac{2w}{2-w^2}, & \text{då } \lvert w\rvert<\sqrt{2}\\ p+\arctan\frac{2w}{2-w^2}, & \text{då } \lvert w\rvert>\sqrt{2}\end{cases}$, $f\left(\pm\sqrt{2}\right)=\pm\frac{p}{2}$
Ft6	$\hat{f}(w)=2p\frac{1+jw}{2+w}\left(q(w+1)-q(w-2)\right)$, integralen är p
Ft7	a) $-\frac{p}{2}(1+6j\operatorname{sgn}w)e^{-2\lvert w\rvert}$ b) $\frac{p}{6}\left(2e^{-\lvert w\rvert}-e^{-2\lvert w\rvert}\right)e^{jw}$ c) $2p\ jq(-w)e^{w}$ d) $-\frac{1}{2}(2-j\operatorname{sgn}t)e^{-3\lvert t\rvert-2jt}$ e) $-e^{t-2jt}q(-t)$ f) $-te^{t-2jt}q(-t)$ g) $\frac{j}{4}\left(e^{-\lvert t-2\rvert}-e^{-\lvert t+2\rvert}\right)$
Ft8	$\frac{1}{10}\left(j\operatorname{sgn}t+2-(3+j\operatorname{sgn}t)e^{-jt}\right)e^{-\lvert t\rvert}$, integralen är $\frac{p}{5e}(2-\sin 1-3\cos 1)$
Ft9	$\frac{jt}{4\sqrt{p}}e^{-t^2/4}$, integralen är $\frac{\sqrt{p}}{2}e^{-1/4}$
Ft10	a) $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ b) $\frac{p}{6}$
Ft11	a) $\frac{1}{2}$ b) 50% c) 33% d) 25%
Ft12	a) $\frac{1}{3}Ws$ b) $\frac{1}{p}\left(\arctan p+\arctan\frac{p}{2}\right)\approx 72\%$
Ft13	a) p b) p c) $\frac{p}{4}$
Ft14	a) -1 b) $\frac{p}{2}(2d(w)-d(w+2)-d(w-2))-2$ c) $j^n2pd^{(n)}(w)$ d) $-\frac{2}{w^2}$ e) $p\left(j\operatorname{sgn}w\ e^{jw}+2d(w)-2d''(w)\right)$ f) $-p\left(\lvert w\rvert+\operatorname{sgn}w+2e^{w}q(-w)\right)$
Ft16	a) $\frac{n!}{(a+jw)^{n+1}}$ b) $e^{-2t}q(t)$ c) $\frac{1}{a-jw}$ d) $\frac{1}{n!}(-t)^ne^tq(-t)$
Fa1	a) $\frac{1}{2}e^t$ b) $t-1$ c) $\frac{1}{4}e^{2t}$ d) $\theta(t)\sinh t$ e) $\frac{1}{2}e^{-\lvert t\rvert}$ f) $\frac{1}{2}\left(e^t+\sin t-\cos t\right)q(t)$ g) 2 h) 0 i) existerar ej j) $\frac{2\sin Wt}{1+W^2}$ k) $d^{(5)}(x)$ l) 0 m) $-\frac{2\sqrt{p}}{3}x$ n) $\lvert 2t\rvert+e^{-\lvert 2t\rvert}$ o) $\frac{1}{c\sqrt{2p}}e^{-x^2/2c^2}$ där $c=\sqrt{a^2+b^2}$
Fa2	a) $\frac{e^{j\Omega t}}{1+\Omega^6}$ b) $\frac{1}{2}\sin t$ c) 1
Fa3	kärnan $k(t)$: a) $2d(t)-e^{-\lvert t\rvert}$ b) $d(t)-d(t-1)$ c) $d''(t)-d(t)$ d) $d(t)-\frac{2}{t}q(t-1)$ e) $d''(t)-\cos^2(t)(q(t+p)-q(t-p))$
Fa4	a) $-\frac{15}{4}e^{-\frac{1}{2}\lvert x-1\rvert}$ b) $2tq(t)$ c) $te^tq(t)$

Fi1	a) L, ej TI b) ej L, ej TI c) LTI, $d(t+2)$, e^{2wj}, ej kausalt, stabilt e) ej L, TI h) L, ej TI d) LTI, $d(t-2)$, e^{2wj}, kausalt, stabilt f) LTI, $d'(t)-3d(t-1)$, $jw-3e^{-jw}$, kausalt, ej stabilt g) LTI, $q(t)$, $\frac{1}{jw}+pd(w)$, kausalt, ej stabilt
Fi2	a) $\frac{1}{s}$, $q(t)$, $tq(t)$ b) $\frac{1}{s-1}$, $e^t q(t)$, $(e^t-1)q(t)$ c) $\frac{1}{s+1}$, $e^{-t}q(t)$, $(1-e^{-t})q(t)$, $\frac{1}{\sqrt{1+w^2}}\sin(wt-\arctan w)$ d) $\frac{s}{s^2+1}$, $q(t)\cos t, q(t)\sin t$ e) $\frac{s^2+1}{s^2+3s+2}$, $d(t)+(2e^{-t}-5e^{-2t})q(t)$, $\frac{1}{2}(1-4e^{-t}+5e^{-2t})q(t)$, $\frac{\lvert 1-w^2\rvert}{\sqrt{w^4+5w^2+4}}\sin\left(wt+\arg\frac{1-w^2}{2-w^2+3wj}\right)$ f) $\frac{s^3}{s^2-1}$, $d'(t)+q(t)\cosh(t)$, $d(t)+q(t)\sinh t$ g) $\frac{s}{(s^2+1)^2}$, $\frac{1}{2}t\sin tq(t)$, $\frac{1}{2}(\sin t-t\cos t)q(t)$ h) $\frac{s}{s^2+4}$, $q(t)\cos 2t$, $\frac{1}{2}q(t)\sin 2t$ i) $\frac{s^2+4}{s}$, $d'(t)+4q(t)$, $d(t)+4tq(t)$
Fi 3	a) $d'(t)-d(t)+2e^{-t}q(t)$ b) $d''(t)-d'(t)+2d(t)-2e^{-t}q(t)$ c) 0 d) $-\frac{3}{\sqrt{5}}\sin(2t-\arctan 2)$ e) $d(t)-e^{-t}q(t)$ f) t^2-2t+4
Fi4	$d(t)-2e^{-t}q(t)$, $(2e^{-t}-1)q(t)$, $-\cos(wt-2\arctan w)$, $x(t)=2te^{t}q(-t)$ **Fi5** $\frac{1}{\sqrt{p}}-e^{-t^2}$
Fi6	a) $y'''+3y''+6y'+4y=x''+2x$ b) $\frac{1}{26}(\sin t-5\cos t)$, $\sqrt{\frac{2}{3}}\sin(\sqrt{3}t)e^{-t}q(t)$
Fs1	$f(t)=\frac{1}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4}{(2n+1)^2p^2}\cos((2n+1)pt)$
Fs2	a) $x(t)=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sum_{\substack{n=-\infty\\n\neq0}}^{\infty}e^{jnpt}$ b) $y(t)=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sum_{\substack{n=-\infty\\n\neq0}}^{\infty}\frac{e^{jnpt}}{1+jnp}=\frac{3}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{1+k^2p^2}}\cos(kpt-\arctan kp)$
Fs3	$y(t)=\frac{1}{3}+\sum_{\substack{n=-\infty\\n\neq0}}^{\infty}\frac{2}{n^2p^2(n^2p^2-2-jnp)}e^{jnpt}$
Fs4	b) $y(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{p}\sin pt$ c) $y(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{jn2p}{16n^4p^4+1}e^{jn2pt}$
Os1	b) och c): ortogonala, a) och d): ej ortogonala
Os2	a) $u(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{8}{(2n+1)^2p^2}e^{-(n+½)^2p^2kt}\cos((n+\frac{1}{2})px)$ b) $u(x,t)=e^{-p^2kt/4}\cos\frac{p}{2}x$
Os3	$u(x,t)=75-\frac{200}{p^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2}e^{-(2n+1)^2p^2kt/L^2}\cos\frac{(2n+1)p}{L}x$
Os4	$u(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}A_ne^{-npx}\sin(npy)$ där $A_n=2\int_0^1 f(y)\sin(npy)dy$