REPETITIONSFRÅGOR MATEM. METODER E2, fk, DEL B (2004)

1a) Vad är en distribution? **b)** Vad menas med svag konvergens?
c) Visa $\theta' = \delta$. **d)** Visa $\hat{\delta} = 1$ och $\hat{1} = 2\pi\delta(\omega)$.

2) Visa för Laplacetransformer **a)** $\theta(t) \supset \frac{1}{s}$, **b)** $t^n f(t) \supset (-1)^n F^{(n)}(s)$,

c) $\cos at \supset \frac{s}{s^2+a^2}$, **d)** $e^{-at} f(t) \supset F(s+a)$, **e)** $f(t-T)\theta(t-T) \supset e^{-Ts}F(s)$ $(T \ge 0)$.

3) Visa för Fouriertransformer **a)** $f(t-T) \supset e^{-j\omega T}\hat{f}(\omega), T \in IR$, **b)** $\bar{f}(t) \supset \bar{\hat{f}}(-\omega)$,

c) $e^{j\Omega t} f(t) \supset \hat{f}(\omega - \Omega)$, $\Omega \in IR$, **d)** $g(\omega) \subset f(t) \Rightarrow g(t) \supset 2\pi f(-\omega)$,

e) $f(at) \supset \frac{1}{|a|}\hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right), 0 \ne a \in \mathbb{R}$, **f)** $\theta(t) \supset \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$, **g)** $\operatorname{sgn} t \supset \frac{2}{j\omega}$.

4) Härled Plancherels formler.

5) Visa för *z*-transformer **a)** $\delta[n] \supset 1$, **b)** $\theta[n] \supset \frac{z}{z-1}$, **c)** $c^n x[n] \supset X\left(\frac{z}{c}\right)$ $(c \ne 0)$,
d) $x[n-N] \supset z^{-N}X(z)$ $(N \in \mathbb{Z})$.

6a) Definiera faltningen $f * g$ för tidskontinuerliga resp. för tidsdiskreta signaler.
b) Visa faltningssatsen för Fouriertransformer resp. för *z*-transformer.
c) Visa $f_T = f * \delta_T, f^{(n)} = f * \delta^{(n)}$ för tidskontinuerliga signaler f.
d) Visa $x_N = x * \delta_N$ för tidsdiskreta signaler x.
e) Varför är faltningen en så viktig och nyttig operation , ffa i samband med filter?

7) F är ett tidskontinuerligt resp. ett tidsdiskret filter.
a) Vad menas med att F är linjärt, resp. tidsinvariant?
b) Visa att F är linjärt och tidsinvariant om och endast om F är ett faltningsfilter
$\mathsf{F}: x \mapsto h * x$, där $h = \mathsf{F}(\delta)$. Vad kallas h? (obs: 2 frågor: tidskontin. resp. diskret)

8) F är ett tidskontinuerligt LTI-filer, resp. ett diskret LTI-filter.
a) Vad menas med att F är kausalt, resp. stabilt? Vad innebär stabilitet?
b) Visa att om F är stabilt och h reellvärd så gäller:

b1) i det tidskontinuerliga fallet:
$\mathsf{F}\left(e^{j\omega t}\right) = \hat{h}(\omega)e^{j\omega t}$, $\mathsf{F}(\sin \omega t) = A(\omega)\sin(\omega t + \Phi(\omega))$.
Definiera $A(\omega)$ och $\Phi(\omega)$. Vad kallas $\hat{h}(\omega)$, $A(\omega)$ och $\Phi(\omega)$?

b2) i det tidsdiskreta fallet:
$\mathsf{F}\left(e^{j\alpha n}\right) = H\left(e^{j\alpha}\right)e^{j\alpha n}$, $\mathsf{F}(\sin n\alpha) = A(\alpha)\sin(n\alpha + \Phi(\alpha))$.
Definiera $A(\alpha)$ och $\Phi(\alpha)$. Vad kallas $H\left(e^{j\alpha}\right)$, $A(\alpha)$ och $\Phi(\alpha)$?

9) Vad är ett ortogonalsystem i (a,b)? Vad är ett S-L-problem?

Lycka till
Bernhard