

Tentamen i matematiska metoder fk, del B, transformer, TMA980 och TMV070

2004-12-17, kl. 14.00-18.00

Hjälpmedel: Formelsamling (delas ut, lämnas tillbaka efter skrivningen). Beta. Ej räknedosa.

Telefon: Karin Kraft, tel. 0739-779268.

OBS: Fyll i allt på skrivningsomslaget. Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad.

1. Ett kausalt tidskontinuerligt LTI-filter F har överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}.$$

- a) Visa att filtret är stabilt och ange filtrets tillståndsekvation. (3p)
- b) Rita filtrets amplitudkaraktistik och ange filtrets typ. (3p)
- c) Bestäm svaret på $\cos(t)$. (2p)
- d) Bestäm svaret på $\cos(t)\theta(t)$. (3p)
- e) Visa att $E(F(x)) \leq E(x)$ då x är en insignal med ändlig totalenergi $E(x)$. (2p)
- f) Av vilken typ är det kausala LTI-filter som har överföringsfunktionen $H(\frac{1}{s})$? (2p)

2. a) Beräkna $(\text{sgn}(t)e^{-|t|}) * p(t)$ där p är fyrkantpulsen $p(t) = \begin{cases} 1 & \text{för } |t| < 2 \\ 0 & \text{för } |t| > 2 \end{cases}$. (3p)

- b) Beräkna $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2(x)\cos(x)}{1+x^2} dx$. (3p)

3. Ett tidsdiskret LTI-filter har tillståndsekvationen

$$6y[n] + y[n-1] - 2y[n-2] = 7x[n-1].$$

- a) Visa att filtret är kausalt och stabilt. (3p)
- b) Bestäm filtrets impulssvar. (3p)
- c) Bestäm svaret på $\cos \frac{n\pi}{2}$. (3p)

4. Lös problemet $\begin{cases} y[n] = 0, n < 0, y[0] = 1, y[1] = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2y[n+2] + y[n] = 0, n \geq 0 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{Z})$. (4p)

5. Lös problemet $\begin{cases} u''_{xx} = u'_t, & 0 < x < \pi, 0 < t \\ u(0, t) = u'_x(\pi, t) = 0, & u(x, 0) = \frac{\pi}{2} \delta(x - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$. (6p)

- 6. a) Definiera "distribution" och visa att $\theta' = \delta$. (4p)
- b) Visa $f(t-T)\theta(t-T) \xrightarrow{\text{Laplace}} e^{-Ts}F(s)$ då $f \xrightarrow{\text{Laplace}} F$ och $T \geq 0$. (2p)
- c) Visa att ett tidsdiskret LTI-filter är ett faltningsfilter. (4p)