
OBS ! Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat !

1. Bestäm tangentplanet till ytan $xyz + z^3 y + x^2 = 3$ i punkten $(1, 1, 1)$. (6p)

2. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \sqrt{x+y} \, dx dy$, där D är triangelytan med hörn i $(0, 0)$, $(1, 0)$ och $(1, 1)$. (6p)

3. Lös differentialekvationen $x^2 z'_x + y^2 z'_y = z$, $x > 0$, $y > 0$, genom att införa nya variabler $u = x$, $v = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$. (6p)

4. Beräkna arean av paraboloiden $z = x^2 + y^2$, $z \leq 1$. (6p)

5. Beräkna största och minsta värdet av $f(x, y) = x + 2y$ då (x, y) är på ellipsen $x^2 + xy + 2y^2 = 1$. (6p)

6. Beräkna kurvintegralen $\int_C (xy + e^{2x}) dx + (x^2 + e^y) dy$ där C är kurvan $x^2 + y^2 = 1$ från $(1, 0)$ till $(0, 1)$ i första kvadranten. (6p)

7. Bestäm tyngdpunkten till "glasstruten" $\left\{ (x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2} \right\}$. (6p)

8. a) Formulera och bevisa Greens formel. (För beviset kan vi antaga att $Q = 0$.) (5p)

b) Bevisa att $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$. (3p)