Tentamensskrivning i **Matematiska metoder Ex, Flervariabelanalys (TMV080)** den 22/8-2003, kl 8.45-12.45
Hjälpmedel: Beta, ej räknedosa.
Telefon: Richards Grzibovskis, 0740-459022

OBS ! Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat !

---

1. Bestäm tangentplanet till ytan $x^3yz + 2xy^2 + x^2z^3 = 4$ i punkten $(1, 1, 1)$. (6p)

2. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D 2x^2 + 3y^2 dxdy$, där D är $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$. (6p)

3. Lös den partiella differentialekvationen $y^2 z'_x + x^2 z'_y = (y^2 + x^2)z$ genom att införa nya variabler $u = x + y, \quad v = x^3 - y^3$. (6p)

4. Beräkna arean av ytan $z = \sqrt{2xy}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$. (6p)

5. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y) = 2x + 3y$ på ellipsen $x^2 + 2xy + 3y^2 = 18$. (6p)

6. Beräkna kurvintegralen $\int_C \left(\frac{1}{1 + x^2} + e^{x-y}\right) dx - \left(x^2 + \frac{1}{1 + y^2} + e^{x-y}\right) dy$ där C är kurvan $x^2 + y^2 = 1$ från $(1, 0)$ till $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ I första kvadranten. (6p)

7. Beräkna ytintegralen $\iint_Y \boldsymbol{F} \bullet \boldsymbol{N}\, dS$, där $\boldsymbol{F} = \left(x + e^z \sin y,\ y + x^3 e^z,\ z + x^2 + y^2\right)$ och Y är konen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z \leq 1$ med normal nedåt. (6p)

8. a) Bevisa att en C^1-funktion är differentierbar. (5p)

   b) Bevisa att $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cdot dx = \sqrt{\pi}$. (3p)

Lycka till !
/LC