MATEMATIK	**Tentamensskrivning i matematik Ex**
Chalmers	**TMV080 Flervariabelanalys**
TW	12 januari 2006, kl 14.00-18.00
Ange personnummer samt	Hjälpmedel: Beta eller gymnasietabell, ej räknedosa
linje, inskrivningsår och namn.	Tel: Oscar Marmon, 0762-72 18 60

Varje uppgift är värd 6p, utom uppgift 2 som är värd 8p.

1. Bestäm a, b och c så att ytan $z^3 - 6xyz + ax^3 + by^2 + c = 0$ innehåller punkten $(1, 1, 1)$ och dess tangentplan i punkten är parallellt med xy-planet.

2. (a) Transformera differentialekvationen $xz'_x + yz'_y = z,\ x, y > 0$, genom att införa nya variabler $u = \frac{x}{y},\ v = xy$.

   (b) Den transformerade ekvationen innehåller endast z och variabeln v och kan lösas med integrerande faktor eller genom att den är separabel. Utför detta och uttryck sedan lösningen i variablerna x och y, alltså lösningen till den givna ekvationen.

3. Motivera att funktionen $f(x, y) = \dfrac{x + y}{1 + x^2 + y^2}$ har ett största och ett minsta värde och bestäm dessa.

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y) = xy$ då $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{y^2} = 1,\ x, y > 0$.

5. Beräkna $\displaystyle\iint_K \frac{(x + y)^2}{1 + (x - y)^2}\, dxdy$, där K är kvadraten med hörn $(\pm 1, 0)$ och $(0, \pm 1)$.

6. Beräkna $\displaystyle\iiint_D \frac{x}{1 + y^2 + z^2}\, dxdydz$, där D ges av $y^2 + z^2 \le x^2 \le 2(y^2 + z^2) \le 2,\ x \ge 0$.

7. Beräkna $\displaystyle\int_\gamma y^2\, dx + x^2\, dy$, där γ är ett varv i positiv led runt det ändliga område i xy-planet som begränsas av $y = 2x$ och $y = x^2$.

8. Beräkna flödet ut ur området $K : 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1,\ 0 \le z \le 1$ för fältet $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$.