Övningstentamen nr 1 i Inledande matematik Z, tmv 120.
Tid:

MATEMATIK
Chalmers

Hjälpmedel: Inga
Telefonvakt:

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen
   $$x + \ln(e^x + 1) = \ln 3 \ . \qquad (2p)$$

   b) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen
   $$\sin 7x + \sin x = 0 \ . \qquad (2p)$$

   c) Beräkna gränsvärdet av $\dfrac{\sin(x^2)}{x^4 - 5x^2}$ då $x \to 0$. (2p)

   d) Beräkna $f'(x)$ då $f(x) = \sqrt{1 - x^2}\arcsin x$. (2p)

   e) Bestäm ekvationen (i normalform) för det plan som innehåller punkterna $(1, 2, 1)$, $(3, 1, 2)$ och $(4, 3, 0)$. (3p)

   f) Bestäm alla komplexa tal z som uppfyller $z^6 = 64$. Svara på formen $z = a + ib$, utan trigonometriska uttryck. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Visa att $2 \arctan x - \frac{\pi}{2} < \ln(1 + x^2)$ för alla $x > 1$. (6p)

3. Rita funktionskurvan $y = \frac{x^2+2x}{x+1}$ med angivande av eventuella asymptoter, växande och avtagande samt lokala extrempunkter. (6p)

4. En ljusstråle med riktningen $\mathbf{v} = (2, -1, 0)$ reflekteras mot planet $2x + 3y - z = 1$. Vilken riktning har den reflekterade strålen? (6p)

5. Går det att välja a så att funktionen
   $$f(x) = \begin{cases} x(2 - \sin \frac{1}{x}) & \text{om} \quad x \neq 0 \\ a & \text{om} \quad x = 0 \end{cases}$$
   blir deriverbar i $x = 0$? (6p)

VÄND!

6. Nedan ges sex påståenden. Avgör för vart och ett om det är sant eller falskt. Du behöver **inte** motivera dig. Rätt svar ger 1p, fel svar ger -1p, inget svar ger 0p. Du kan dock inte få mindre än 0p på hela uppgiften.

   a) $\arcsin(\sin x) = x$ för alla $x \in \mathbb{R}$.

   b) $\sin(\arcsin x) = x$ för alla $x \in [-1, 1]$.

   c) Om $f(0) = 3$ så gäller att $f(x) \to 3$ då $x \to 0$.

   d) Om $f'(x) > 0$ för alla $x \neq 0$ så är f en strängt växande funktion.

   e) Det finns en kontinuerlig funktion f med $D_f =]0, 1[$ och $V_f = [0, 1]$.

   f) Det finns en kontinuerlig funktion f med $D_f = [0, 1]$ och $V_f =]0, 1[$. (6p)

7. a) Definiera vad som menas med att en funktion f har ett gränsvärde A då x går mot oändligheten.

   b) Visa att om $f(x) \to A$ och $g(x) \to B$ då $x \to \infty$ så följer att

$$f(x) + g(x) \to A + B \text{ då } x \to \infty$$

(6p)

Lycka till!
Ulla Dinger