

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

a) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 11 \\ x - y + z = 4 \\ 3x - 4y + 2z = 9 \end{cases} \quad (3p)$$

b) Rita följande mängder i komplexa talplanet:

$$\{z; \operatorname{Im} z = 2\}, \quad \{z; |z| = 4\} \quad \text{och} \quad \{z; \arg z = \frac{\pi}{3}\}. \quad (3p)$$

c) Bestäm alla reella lösningar x till ekvationen $|3x - 1| - |x - 4| = 2$. (3p)

d) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+3)}{\ln(x^2+1)}$. (2p)

e) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $2 \cos^2 x - \cos x = 1$. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. Visa att $\ln(1+x) > \frac{2x}{2+x}$ för alla $x > 0$. (6p)

3. Bestäm avståndet från punkten $(4, -3, 2)$ till planet $2x - y + 3z = 7$. (6p)

4. Skissa grafen till $f(x) = \frac{\ln|x-2|}{(x-2)^3}$. Ange var funktionen är växande respektive avtagande, lokala extrempunkter, asymptoter samt skärningspunkter mellan grafen och koordinataxlarna. (6p)

5. Beräkna för alla konstanter α gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} ((x+1)^\alpha - x^\alpha)$.
Tips: använd medelvårdessatsen. (6p)

VÄND!

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt.

- a) Låt f vara deriverbar i $] - \infty, \infty[$. Antag att f har precis tre olika nollställen. Då har f' minst två olika nollställen.
- b) Låt f vara deriverbar i $] - \infty, \infty[$. Antag att f har precis tre olika nollställen. Då har f' högst två olika nollställen.
- c) $\frac{\ln x}{\ln y} = \ln(x - y)$.
- d) Om $f(x)$ är uppåt begränsad så är $\frac{1}{f(x)}$ nedåt begränsad.
- e) Om $f'(x) = 0$ för alla $x \in D_f$ så är f konstant.
- f) Om $f'(x) = 0$ för alla $x \in (0, 1)$ så är f konstant på $(0, 1)$.

7. a) Definiera vad som menas med att en funktion f är strängt växande på ett intervall I .

b) Formulera medelvärdessatsen för derivator.

c) Visa, med hjälp av medelvärdessatsen, att en funktion f är strängt växande på intervallet I om $f'(x) > 0$ för alla $x \in I$.

(6p)

Lycka till!
Ulla

För godkänt krävs 20p (inklusive ev. bonuspoäng), för betyg 4 krävs 30p, för betyg 5 krävs 40p. Lösningar finns tillgängliga på kursens hemsida senast första vardagen efter tentamensdagen.