Matematik Chalmers

Tentamen i TMV120 Inledande matematik Z, 2010–01–16, f V

Telefon: Aron Lagerberg, 0703–088304
Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten.

Tentamen omfattar 50 poäng. Maximal poäng för varje uppgift ges i marginalen. Skriv väl, motivera och förklara vad du gör; endast välformulerade lösningar ger full poäng!

Betygsgränser: 3: 20–29p, 4: 30–39p, 5: 40–.

Lösningar anslås på kursens hemsida efter tentamens slut. Resultat meddelas per epost. Tentamen återfås i början av läsperiod 2 i samband med föreläsning i efterföljande kurs.

---

1. Till denna uppgift skall **endast svar lämnas in,** alltså utan motiveringar.

(a) Skriv $z = -1 + \sqrt{3}i$ på formen $re^{i\theta}$. **(2p)**

(b) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2t & - & m & + & v & = & 0 \\ t & + & m & + & v & = & 3 \\ 2t & - & 3m & + & v & = & -4 \end{cases}$. **(2p)**

(c) Om $f(x) = (x-1)^2(x-3)^{10}$, vad är $f''(3)$? (Tips: Utveckla inte parenteserna!) **(2p)**

(d) Bestäm samtliga asymptoter till $f(x) = |x+1|$. **(2p)**

(e) Beräkna följande gränsvärden:

$$\text{i.} \quad \lim_{x\to\infty} \frac{\sin(1/x)}{1/x} \qquad \text{ii.} \quad \lim_{x\to 1} \big(\ln(x^2 - x) - \ln(x^2 - 1)\big)$$

(2p)

(f) Om $2 = \tan\theta \sin\theta$, vilket/vilka är de möjliga värdena för $\cos\theta$? **(3p)**

Till uppgifterna 2-5 skall fullständiga lösningar lämnas in.

2.(a) Finn en vektor med längd 1 som är vinkelrät mot $(3,-2,4)$ och $(1,2,0)$. **(3p)**

(b) Finn projektionen av punkten $(5,-2,6)$ på linjen som ges på parameterform med $\overrightarrow{r} = (3,2,6) + t(1,0,-1)$. **(3p)**

3. För vilka x är $p(x) = 3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x + 108$ växande? **(6p)**

4. Skissa grafen till funktionen $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2/x & \text{om } 0 < x \le 2 \\ e^{4-x} & \text{om } 2 < x < 4 \end{cases}$ **(6p)**

5. Låt $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 - a$, där $a > 0$ är ett givet tal. Kalla det minsta värdet som funktionen antar för $M(a)$. Vad är det minsta möjliga värdet för $M(a)$? **(6p)**

Vänd!

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivering krävs ej. Rätt svar ger 1 poäng, inget svar 0 poäng och fel svar -1 poäng. Dock är 0 minsta möjliga poäng totalt. **(6p)**

(a) Värdemängden av $f(x) = \ln x$ är intervallet $(0, \infty)$.
(b) Derivatan av $e^{\sin x \cdot x}$ är $\sin x \cdot e^{\sin x \cdot x}$.
(c) Derivatan av en periodisk funktion är också en periodisk funktion.
(d) Bråken $\frac{A}{B}$ och $\frac{A^2}{B^2}$ har alltid samma värde.
(e) Om $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$ så gäller följande: För varje $\epsilon > 0$ existerar $\delta > 0$ så att $-\epsilon < f(x) < \epsilon$ gäller för alla x som uppfyller att $x \neq 0$ och $-\delta < x < \delta$.
(f) Om f inte är deriverbar så är f inte kontinuerlig.

7. (a) Visa distributiva lagen för kryssprodukt. Du får använda att $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w} = \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{w} \times \overrightarrow{u}$. Förklara varje steg. **(3p)**

(b) Bevisa att $\lim_{x \to a} f(x)g(x) = 0$ om man antar
1. att $|g(x)| < M$ gäller på något intervall som innehåller a, där M är något tal.
2. och att $\lim_{x \to a} f(x) = 0$.
Om du vill antag istället för (1) att $|g(x)| < M$ gäller för alla x, men ange i så fall detta. **(4p)**

بالتوفيق !!

/jacob