MATEMATIK **Hjälpmedel: Inga, inte ens miniräknare**

Chalmers tekniska högskola Datum: 2016-10-27 kl. 14.00–18.00

Tentamen Telefonvakt: Hossein Raufi

Telefon: 5325

TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Denna uppgift omfattar 10 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng**. Motivera och förklara så väl du kan.

2. (a) Bestäm skärningspunkten mellan den räta linjen, (3 p)

$$l : \frac{1-x}{-1} = -y = \frac{z+1}{3}$$

och planet $\pi : 2x + 2y + z = 7$.

(b) Bestäm ekvationen för den räta linje som ligger i π, går genom skärningspunkten från (a)-uppgiften, och är vinkelrät mot l. (l och π betecknar här linjen resp. planet från uppgift (a)). (3 p)

3. Rita grafen till funktionen, (6 p)

$$f(x) = \frac{x}{\ln(x)}.$$

4. I vilken punkt på kurvan $y = \frac{1}{1+x^2}$ har tangenten störst positiv lutning? Hur stor är denna lutning? (6 p)

5. En cylindrisk burk utan lock som rymmer V m^3 ska tillverkas. Vilka dimensioner måste burken ha för att kostnaden ska bli minimal? (6 p)

6. Bestäm värdemängden till funktionen, (6 p)

$$f(x) = x^x,\ x > 0.$$

Var god vänd!

7. (a) Skriv ned definitionen av att en funktion $f(x)$ är kontinuerlig i en punkt $a \in D_f$.(1 p)

(b) Skriv ned definitionen av att en funktion $f(x)$ är deriverbar i en punkt $a \in D_f$.(1 p)

(c) Visa att om en funktion $f(x)$ är deriverbar i en punkt $a \in D_f$ så är den även kontinuerlig i a, samt visa med ett motexempel att det omvända inte gäller. (4 p)

8. Antag att f är deriverbar på hela $\mathbb{R}$ och antag att $c \in \mathbb{R}$ är ett tal som uppfyller att $f(c) = c$. Visa att om $f'(x) \neq 1$ för alla $x \in \mathbb{R}$, så är c unik (det vill säga det kan inte finnas något annat tal $d \in \mathbb{R}$ sådant att $f(d) = d$). (4 p)

Lycka till!

Hossein

Anonym kod	TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD 2016-10-27	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet, (2 p)

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x + 5y + 4z = 5 \\ x + 4y + 5z = 4 \end{cases}$$

Lösning:

Svar: ....

(b) Beräkna $f'(0)$ om $f(x) = 3\sin\Big(x + \tan(2x)\Big)$. (2 p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Förenkla, (2 p)

$$2\log_3(12) - \log_3(16) + \frac{1}{2}\log_3(9).$$

Lösning:

Svar: ....

(d) $f(x) = \ln\left(\sqrt{1+x^3}\right)$ är inverterbar då $x > -1$. Bestäm $(f^{-1})'(\ln 3)$. (2 p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Beräkna gränsvärdet (2 p)

$$\lim_{x\to 0} \left(\sqrt{1-x^2}\right)^{1/x}$$

Lösning:

Svar: ....