

### TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Denna uppgift omfattar 10 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

2. Linjen  $L_1$  går genom punkterna  $A = (3, -3, 4)$  och  $B = (2, -1, 3)$ , och linjen  $L_2$  går genom punkterna  $C = (3, 0, 2)$  och  $D = (-3, 6, 0)$ .
  - (a) Bestäm en ekvation för planet som innehåller linjerna  $L_1$  och  $L_2$ . (3 p)
  - (b) Linjerna  $L_1$  och  $L_2$  har en skärningspunkt, bestäm den! (3 p)
3. Rita grafen till funktionen, (6 p)

$$f(x) = \frac{1}{2x} - \frac{2}{\sqrt{x}}.$$

4. Bestäm värdemängden för funktionen, (6 p)

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \sin\left(\frac{3}{x+2}\right) & \text{då } x < -2 \\ \frac{x^2-3}{x+2} & \text{då } x > -2 \end{cases}$$

5. Låt  $P = (s, t)$  vara en punkt på kurvan  $y = \frac{x}{x+1}$ ,  $x \geq 0$ . Normalen till kurvan i punkten  $P$  skär  $x$ -axeln i punkten  $Q$ . För vilket val av  $P$  blir arean av triangeln med hörn i  $P$ ,  $Q$  och  $R$ , där  $R = (s, 0)$ , så stor som möjligt? (6 p)

6. (a) Låt  $f$  vara en funktion som är definierad på intervallet  $[a, b]$ . Bestäm det unika polynom  $P_{[a,b]}^f(x)$  av grad 1 för vilket  $P_{[a,b]}^f(a) = f(a)$  och  $P_{[a,b]}^f(b) = f(b)$ . (Polynomet  $P_{[a,b]}^f$  kallas interpolationspolynom av grad 1 till  $f$  och kan användas till att approximera funktionen på intervallet  $[a, b]$ .) (2 p)
- (b) Låt  $c$  beteckna mittpunkten på intervallet  $[a, b]$ . Skriv en MATLAB-funktionsfil `interpolation.m` som givet indata  $f, x, a$  och  $b$  beräknar följande funktion (3 p)

$$g(x) = \begin{cases} P_{[a,c]}^f(x) & \text{om } x \in [a, c], \\ P_{[c,b]}^f(x) & \text{om } x \in [c, b]. \end{cases}$$

7. (a) Låt  $f$  vara en funktion och  $L \in \mathbb{R}$ . Skriv ned den exakta matematiska definitionen av (1 p)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L.$$

- (b) Visa att (5 p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

8. (a) Härled/Bevisa deriveringsregeln för  $\arctan(x)$ . (2 p)
- (b) Visa att funktionen (3 p)

$$f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right), \quad x \neq 0$$

bara antar två värden.

Lycka till!

Hossein

Anonym kod	<b>TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD 2015-08-26</b>	Poäng
------------	---	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Skriv talet  $(3 + \sqrt{3}i)^{258}$  på formen  $a + ib$ . (2 p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

- (b) Beräkna ortogonalprojektionen,  $\mathbf{u}_v$ , av  $\mathbf{u} = (7, -2, -2)$  på  $\mathbf{v} = (1, 0, 1)$ . (2 p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

- (c) Bestäm normallinjen till kurvan (2 p)

$$2x + y - \sqrt{2} \sin(xy) = \pi/2$$

i punkten  $(\pi/4, 1)$ .

**Lösning:**

**Svar:** .....

(d) Funktionen  $f(x) = \ln \sqrt{1+x^3}$  är inverterbar då  $x > -1$ . Bestäm  $(f^{-1})'(\ln 3)$ . (2 p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(e) Beräkna gränsvärdena (1+1 p)

(i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} + x)$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x)}{\sin(x)}$

**Lösning:**

**Svar:** .....