

TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD

Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 3: 20-29, 4: 30-39 och 5: 40-50.

För godkänt på kursen skall också Matlab-momentet vara godkänt.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.** (14p)

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.**

2. (a) Bestäm ekvationen för det plan Π som är ortogonalt mot planet $x + y + z = 0$ och innehåller den linje ℓ som går genom punkterna $(1, 0, -1)$ och $(1, -2, 1)$. (3p)

- (b) Låt ℓ vara skärningslinjen mellan planen $\Pi_1 : z = -1$ och $\Pi_2 : x + y = 1$. Beräkna det minsta avståndet mellan punkten $(-1, -2, 1)$ och linjen ℓ . (3p)

3. Bestäm definitions- samt värdemängden för funktionen (6p)

$$f(x) = \exp(-x^2)\sqrt{4x^2 - 1}.$$

4. Låt f och g vara funktioner och $a, L, M \in \mathbb{R}$.

- (a) Skriv ned den exakta matematiska definitionen av (1p)

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L.$$

- (b) Antag att $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ och $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$. Visa att (5p)

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = L + M.$$

5. Rita grafen till funktionen (6p)

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}.$$

6. En triangel ABC har ett hörn i punkten $A = (-1, 0)$ och ett hörn i punkten $B = (1, 0)$. Hur liten kan triangelns omkrets vara om triangelns area är 1? (6p)

7. (a) Skriv ned definitionen av att en funktion f är kontinuerlig i en punkt $a \in D_f$. (1p)

- (b) Skriv ned definitionen av att en funktion f är deriverbar i en punkt $a \in D_f$. (1p)

- (c) Genom att använda definitionerna i (a) och (b), visa att funktionen (4p)

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x \geq 1 \\ \sin(\pi x/2), & x < 1 \end{cases}$$

är kontinuerlig men ej deriverbar i punkten $x = 1$.

Anonym kod	TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD	2017-10-26	sidnr 1	Poäng
------------	-------------------------------------	------------	-------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna följande gränsvärden:

(3p)

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\tan x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

ii. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{2x}$

Lösning:

.....

(b) Bestäm samtliga lösningar till det linjära ekvationssystemet

(3p)

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

Lösning:

.....

Var god vänd!

(c) Beräkna lutningen på ellipsen $\frac{(x-3)^2}{4} + (y-1)^2 = 2$ i punkten $(5, 2)$. (2p)

Lösning:

.....

(d) Beräkna vinkeln ϕ mellan vektorerna $\mathbf{x} = (1, 0, 1)$ och $\mathbf{y} = (1, 1, 0)$ om $0 \leq \phi \leq \pi$. (2p)

Lösning:

.....

(e) Visa att funktionen $T(x) = x + \sin(x/2)$ har en invers. (Du behöver ej beräkna inversen.) (2p)

Lösning:

.....

(f) Beräkna $g'(1)$ då $g(t) = \sin(\arccos(t/2))$. (2p)

Lösning:

.....