

TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Denna uppgift omfattar 14 p och finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. **Lösgör bladet och lämna in det som blad 1 tillsammans med övriga lösningar.**

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

2. Låt $A = (0, 1, 1)$, $B = (-1, 3, 1)$ och $C = (-1, 5, 4)$.

(a) Beräkna arean av triangeln med hörn i A , B och C . (3 p)

(b) Bestäm en ekvation för det plan som passerar genom punkterna A , B och C . (3 p)

3. Rita grafen till funktionen, (6 p)

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}.$$

4. Hur många lösningar har ekvationen, (6 p)

$$e^{at} = t^3,$$

för olika värden på a ?

5. Låt $P = (s, t)$ vara en punkt på kurvan $y = \frac{x}{x+1}$, $x \geq 0$. Normalen till kurvan i punkten P skär x -axeln i punkten Q . För vilket val av P blir arean av triangeln med hörn i P , Q och R , där $R = (s, 0)$, så stor som möjligt? (6 p)

6. (a) Skriv ned definitionen av de trigonometriska funktionerna \sin och \cos . (1 p)

(b) Antag att det redan är känt att

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

Visa att

$$\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x.$$

(Obs! Andra eventuella gränsvärden måste bevisas.) (5 p)

7. (a) Skriv ned definitionen av att en funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ är injektiv. (1 p)
- (b) Skriv ned definitionen av inversen $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ till en injektiv funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. (1 p)
- (c) Visa att (4 p)

$$\sin \left(\arctan \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(x) \right) \right) \right) = \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 1}}.$$

Lycka till!
Martin H

Anonym kod	TMV122/177 Inledande Matematik Z/TD 2017-12-20	Poäng
------------	---	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna gränsvärdena (3 p)

(i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$

Lösning:

Svar:

(b) Funktionen $y = f(x)$ ges implicit av $xy + e^{x+y} = 0$. Bestäm en kritisk punkt till funktionen och avgör om den är en (lokal) extrempunkt. (3 p)

Lösning:

Svar:

(c) Bestäm alla reella tal x , sådana att $|3x + 2| < 3$. (2 p)

Lösning:

Svar:

(d) Bestäm alla värden på konstanten $a \in \mathbb{R}$ så att ekvationssystemet (2 p)

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + a^2y = a, \end{cases}$$

saknar lösning.

Lösning:

Svar:

(e) Beräkna derivatan av $\frac{1}{(f(x))^2 + 1}$ i punkten $x = 4$, då $f(4) = 1$ och $f'(4) = -4$.

(2 p)

Lösning:

Svar:

(f) $f(x) = e^{x^2}$ är inverterbar då $x > 0$. Bestäm $(f^{-1})'(e^4)$. (2 p)

Lösning:

Svar: